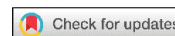


# ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ, ИЗОБРАЖЕНИЙ, РЕЧИ, ТЕКСТА И РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

## SIGNAL, IMAGE, SPEECH, TEXT PROCESSING AND PATTERN RECOGNITION



УДК 004.942: 621.396.969.3  
<https://doi.org/10.37661/1816-0301-2022-19-1-50-58>

Оригинальная статья  
Original Paper

### Фильтрация при наличии перерывов информации на основе расширенного метода наименьших квадратов

В. М. Артемьев, А. О. Наумов<sup>✉</sup>

*Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси,  
ул. Академическая, 16, Минск, 220072, Беларусь*  
<sup>✉</sup>E-mail: [naumov@iaph.bas-net.by](mailto:naumov@iaph.bas-net.by)

#### Аннотация

**Цели.** В радиолокационных системах сопровождения движущихся объектов часто возникают перерывы в измерении координат. Наиболее полно в непрерывном времени эта проблема решена в теории систем со случайной структурой в рамках статистической байесовской теории фильтрации при наличии полной априорной статистической информации. Такой подход приводит к сложным алгоритмам, трудно реализуемым на практике. Целью исследования являлась разработка алгоритма фильтрации в условиях перерывов информации на основе применения расширенного метода наименьших квадратов.

**Методы.** Используются методы теории оценивания, в частности расширенный метод наименьших квадратов, позволяющий находить сравнительно простые алгоритмы при минимальных объемах априорных знаний о характеристиках воздействий.

**Результаты.** Разработан алгоритм фильтрации радиолокационных сигналов, в основе которого лежат измерения моментов перерывов и экстраполяция измеряемых координат на интервалах отсутствия информации. Полученный алгоритм является нелинейным, и за счет этого в фильтре могут возникать срывы сопровождения. Результаты работы алгоритма продемонстрированы на модельном примере, выполнена оценка точности фильтрации и условий срыва слежения.

**Заключение.** Разработанный алгоритм фильтрации позволяет определять моменты наступления перерывов и осуществлять экстраполяцию оценок полезной информации. Сравнительная простота алгоритма делает его пригодным для практического использования.

**Ключевые слова:** радиолокационная станция, цифровая фильтрация, обнаружение движущихся объектов, метод наименьших квадратов, селекция траекторий, срыв слежения

**Для цитирования.** Артемьев, В. М. Фильтрация при наличии перерывов информации на основе расширенного метода наименьших квадратов / В. М. Артемьев, А. О. Наумов // Информатика. – 2022. – Т. 19, № 1. – С. 50–58. <https://doi.org/10.37661/1816-0301-2022-19-1-50-58>

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

---

Поступила в редакцию | Received 21.12.2021  
Подписана в печать | Accepted 14.02.2022  
Опубликована | Published 29.03.2022

## Filtering in the presence of information losses based on the extended least squares method

Valentin M. Artemiev, Alexander O. Naumov<sup>✉</sup>

*Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus,  
st. Akademicheskaya, 16, Minsk, 220072, Belarus*

<sup>✉</sup>E-mail: [naumov@iaph.bas-net.by](mailto:naumov@iaph.bas-net.by)

### Abstract

**Objectives.** In radar systems for moving objects tracking, there are often gaps in the measurement of coordinates. The problem is mostly fully solved in continuous time in the theory of systems with a random structure within the framework of statistical Bayesian theory of filtration in the presence of complete a priori statistical information. This approach leads to complex algorithms that are difficult to implement in practice. The purpose of investigation was to develop a filtering algorithm in conditions of information interruptions based on the use of extended least squares method.

**Methods.** Methods of estimation theory are used, in particular, the extended least squares method, which makes it possible to find relatively simple algorithms with a minimum amount of a priori knowledge about the characteristics of the impacts.

**Results.** The algorithm for filtering radar signals has been developed, based on measurements of the moments of breaks and extrapolation of the measured coordinates at intervals of information lack. The resulting algorithm is nonlinear and therefore tracking disruptions may occur in the filter. The results of the algorithm are demonstrated using a model example. The estimation of the filtering accuracy and tracking failure conditions is carried out.

**Conclusion.** A filtering algorithm has been developed that allows determining the moments of the onset of breaks and extrapolating the estimates of useful information. The comparative simplicity of the algorithm makes it suitable for practical use.

**Keywords:** radar station, digital filtering, detection of moving objects, the method of least squares, trajectory selection, cycle slip

**For citation.** Artemiev V. M., Naumov A. O. *Filtering in the presence of information losses based on the extended least squares method*. Informatika [Informatics], 2022, vol. 19, no. 1, pp. 50–58 (In Russ.).  
<https://doi.org/10.37661/1816-0301-2022-19-1-50-58>

**Conflict of interest.** The authors declare of no conflict of interest.

**Введение.** Построение траекторий движения объектов в радиолокации основано на текущих измерениях их координат и дальнейшей обработке результатов (фильтрации). Для селекции траекторий нескольких объектов производится *стробирование результатов измерений*, т. е. использование данных из ограниченной области измерений [1]. Как правило, из-за наличия помех, замираний сигналов и выхода измерений за пределы строга появляются перерывы в поступлении полезной информации. В модельном представлении перерывы могут рассматриваться как мультипликативная помеха в измерениях, принимающая значение единицы при наличии информации и нуля при ее отсутствии. Решению задачи фильтрации сигналов при таких помехах уделялось внимание в ряде работ. Наиболее полно в непрерывном времени задача решена в теории систем со случайной структурой [2]. Все результаты получены в рамках статистической байесовской теории фильтрации при наличии полной априорной статистической информации. Такой подход приводит к сложным структурам и алгоритмам, трудно реализуемым на практике. Избежать этих ограничений можно путем эмпирического подхода, использующего минимальный объем априорной информации и позволяющего получать сравнительно простые алгоритмы фильтрации. В настоящей работе с этой целью используется расширенный (модифицированный) метод наименьших квадратов [3].

**Алгоритм фильтрации с экстраполяцией.** Будем считать, что полезный сигнал, подлежащий фильтрации, является случайной последовательностью  $x_k$ , задаваемой в дискретные моменты времени  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Относительно свойств сигнала используем эмпирическое пред-

положение о «гладкости» его огибающей в том смысле, что на протяжении нескольких периодов огибающая может с достаточной точностью быть аппроксимирована полиномом. Измеряемый процесс  $z_k$  состоит из смеси полезного сигнала  $x_k$ , мультипликативной помехи  $u_k$  и аддитивной помехи  $v_k$ :

$$z_k = x_k u_k + v_k, \quad (1)$$

где мультипликативная помеха  $u_k$  является случайной бинарной последовательностью, т. е. при отсутствии перерывов информации  $u_k = 1$ , в противном случае  $u_k = 0$ . Аддитивная помеха  $v_k$  считается дискретным, более широкополосным, чем полезный сигнал, шумом с нулевым математическим ожиданием. Процессы  $x_k$ ,  $u_k$  и  $v_k$  полагаются статистически независимыми. Алгоритм фильтра должен позволять решать следующие задачи: давать текущую оценку  $\hat{x}_k$  полезного сигнала; по результатам измерений давать оценку текущего состояния прерываний сигнала  $\hat{u}_k$ , равную единице или нулю; определять экстраполированные значения оценок  $\tilde{x}_k$  на интервалах прерывания.

В расширенном методе наименьших квадратов [4] используется квадратичная функция потерь  $J(\hat{x}_k)$ , состоящая из двух слагаемых. Первое слагаемое определяет потери за счет невязки между оценкой  $\hat{x}_k$  и измерением  $z_k$  в виде квадрата разности  $(z_k - \hat{x}_k)^2$ , второе – учитывает невязку между оценкой и ее экстраполированным значением  $(\tilde{x}_k - \hat{x}_k)^2$ . Итоговое выражение функции потерь имеет вид

$$J(\hat{x}_k) = \alpha_k (z_k - \hat{x}_k)^2 + (1 - \alpha_k) (\tilde{x}_k - \hat{x}_k)^2. \quad (2)$$

Выбор весового коэффициента  $\alpha_k$  производится исходя из состояния процесса прерывания. При наличии прерываний использование результатов измерений не имеет смысла и следует полагать  $\alpha_k = 0$ . При отсутствии прерываний коэффициент выбирается в пределах  $0 \leq \alpha_k \leq 1$  и его значение зависит от отношения сигнала к шумам. При большом отношении сигнала к шумам предпочтение следует отдавать результатам измерений ( $\alpha_k > 0,5$ ), а при малом – результатам экстраполяции ( $\alpha_k < 0,5$ ). Поскольку предполагается отсутствие априорных статистических данных о воздействии, целесообразно выбрать значение  $\alpha_k = 0,5$ .

В общем случае, исходя из необходимых условий оптимальности  $\partial J(\hat{x}_k) / \partial \hat{x}_k = 0$ , имеет место уравнение

$$\alpha_k (z_k - \hat{x}_k) + (1 - \alpha_k) (\tilde{x}_k - \hat{x}_k) = 0,$$

решение которого приводит к алгоритму фильтрации

$$\hat{x}_k = \alpha_k z_k + (1 - \alpha_k) \tilde{x}_k = \tilde{x}_k + \alpha_k (z_k - \tilde{x}_k). \quad (3)$$

Подставляя формулу (3) в выражение (2), находим величину минимальных потерь

$$\hat{J}(\hat{x}_k) = \alpha_k (1 - \alpha_k) (z_k - \tilde{x}_k)^2 \quad (4)$$

с учетом того, что множитель  $\alpha_k (1 - \alpha_k)$  при  $\alpha_k = 0,5$  максимален и равен 0,25.

Оценка мультипликативной помехи  $\hat{u}_k$  должна иметь значение  $\hat{u}_k = 1$  в предположении отсутствия перерывов и  $\hat{u}_k = 0$  при их наличии. Данные оценки используются для нахождения коэффициентов  $\alpha_k$  по формуле

$$\alpha_k = \eta \hat{u}_k, \quad (5)$$

где постоянный множитель  $\eta$  может быть, в частности, равен 0,5.

Значения  $\hat{u}_k$  можно находить исходя из величины разности  $(z_k - \tilde{x}_k)^2$ . Если  $u_k = 1$ , то  $(z_k - \tilde{x}_k)^2 = (x_k - \tilde{x}_k + v_k)^2 = f_{k1}$ . Если  $u_k = 0$ , то  $(z_k - \tilde{x}_k)^2 = (\tilde{x}_k - v_k)^2 = f_{k0}$ . Эмпирический алгоритм нахождения оценок  $\hat{u}_k$  может иметь вид

$$\hat{u}_k = \begin{cases} 0, & \text{если } (z_k - \tilde{x}_k)^2 \geq h; \\ 1, & \text{если } (z_k - \tilde{x}_k)^2 < h, \end{cases} \quad (6)$$

где  $h$  – порог обнаружения прерываний.

Сложность нахождения уровня порога  $h$  состоит в том, что статистика процесса  $(z_k - \tilde{x}_k)^2$  неизвестна и приходится этот уровень на первом этапе находить приближенно, а затем уточнять при моделировании фильтра. Выбор порога можно осуществлять из сравнения средних значений  $\bar{f}_{k1}$  и  $\bar{f}_{k0}$  с учетом того, что процессы  $(x_k - \tilde{x}_k)$  и  $v_k$  статистически независимы. При  $u_k = 1$  среднее значение  $\bar{f}_{k1} = \overline{(x_k - \tilde{x}_k)^2} + \sigma_v^2$ , а при  $u_k = 0$   $\bar{f}_{k0} = \overline{\tilde{x}_k^2} + \sigma_v^2$ . В дальнейшем предполагается, что  $\overline{(x_k - \tilde{x}_k)^2} \approx 0$ , т. е. можно считать значение  $\bar{f}_{k1}$  приблизительно равным  $\sigma_v^2$ . Порог  $h$  целесообразно выбирать в диапазоне между  $\sigma_v^2$  и  $(\overline{\tilde{x}_k^2} + \sigma_v^2)$ . Используя введенное выше предположение о том, что  $\overline{x_k^2} \approx \overline{\tilde{x}_k^2}$ , среднее значение уровня порога будет определяться выражением

$$h = 0,5\overline{x_k^2} + \sigma_v^2.$$

Если  $x_k$  – стационарный случайный процесс с математическим ожиданием  $m_x$  и дисперсией  $\sigma_x^2$ , то уровень порога рассчитывается по формуле

$$h = 0,5(m_x^2 + \sigma_x^2) + \sigma_v^2. \quad (7)$$

Если  $x_k$  – гармонический процесс со средним значением  $m_x$  и амплитудой  $\vartheta_x$ , то верно равенство

$$h = 0,5(m_x^2 + 0,5\vartheta_x^2) + \sigma_v^2. \quad (8)$$

Экстраполяция  $\tilde{x}_k$  является функцией  $n$  предыдущих оценок  $\hat{x}_{k-i}$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Вид этой функции задается выбором закона экстраполяции и может быть линейным, полиномиальным, экспоненциальным и т. п. Широко используемым является первый вариант, который может быть представлен в форме полинома  $n$ -го порядка

$$\tilde{x}_k = \sum_{i=1}^{n+1} a_i \hat{x}_{k-i}, \quad (9)$$

где коэффициенты  $a_i$  выбираются одним из способов полиномиальной экстраполяции. Простейшим вариантом линейной полиномиальной экстраполяции, не требующим знания модели траектории движения объекта, может быть интерполяция конечными разностями [5], являющаяся дискретным аналогом разложения непрерывной функции в ряд Тейлора. В этом случае коэффициенты  $a_i$  задаются выражением

$$a_i = (-1)^{i+1} (n+1)! / i!(n+1-i)! \quad (10)$$

Исходя из вышеизложенного, построим блок-схему фильтра с экстраполяцией (рис. 1). Блок-схема фильтра содержит линейную часть, образуемую алгоритмами оценивания (3) и экстраполяции (9), а также нелинейную часть, содержащую алгоритмы оценки прерывания (6) и нахождения коэффициентов фильтра (5). Нелинейный характер фильтра существенно усложняет его анализ и приводит к появлению таких явлений, как срыв фильтрации.

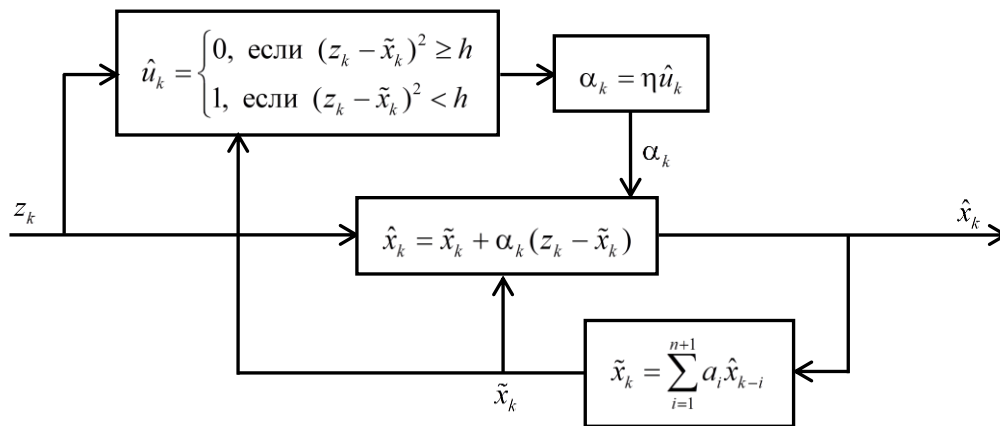


Рис. 1. Блок-схема фильтра с экстраполяцией при перерывах поступления информации

Fig. 1. Block diagram of the filter with extrapolation in conditions of information losses

**Срыв фильтрации.** Выше отмечалось, что в радиолокации измерение координат и построение на основе полученных данных траекторий объектов (фильтрация) осуществляются путем стробирования, которое производится при каждом измерении относительно экстраполированного значения  $\tilde{x}_k$ . Если ширина строба равна  $2\Delta$ , то при превышении модулем разности  $|z_k - \tilde{x}_k|$  величины  $\Delta$  измерения прерываются и происходит срыв фильтрации или сопровождения. Он может наступить по причинам резкого изменения координат (динамической ошибки фильтрации), наличия аддитивных помех (флуктуационных ошибок) или прерывания измерений за счет замираний отраженного сигнала. Условие срыва можно определить как первое наступление события, соответствующее неравенству

$$(z_k - \tilde{x}_k)^2 \geq \Delta^2. \quad (11)$$

Индикатор срыва на основе неравенства (11) используется в дополнение к блок-схеме на рис. 1.

Фильтр с экстраполяцией является нелинейным, поэтому срыв фильтрации в нем возможен из-за его динамических свойств даже в том случае, когда  $(z_k - \tilde{x}_k)^2 < \Delta^2$ . Поскольку при динамическом срыве фильтрации разность  $(z_k - \tilde{x}_k)^2$  непрерывно возрастает, в итоге условие срыва (11) будет выполнено. Аналитическое исследование ошибок фильтрации и условий срыва в настоящее время выполнить невозможно. Даже задача первого достижения заданного уровня в линейной системе достаточно сложна [6], поэтому оценка ошибок и условия срыва в фильтре с экстраполяцией могут быть получены лишь путем моделирования.

**Моделирование.** При нахождении алгоритма фильтрации методом наименьших квадратов априорные статистические данные о случайных процессах  $x_k$ ,  $u_k$  и  $v_k$  не использовались. Были наложены лишь эмпирические ограничения в виде предположения о гладкости огибающей дискретного случайного процесса  $x_k$ . Поэтому в отличие от статистического подхода, использующего априорные статистические данные, приходится вводить типовые формы процесса  $x_k$  и помех, отражающие некоторые реальные свойства воздействий в конкретных ситуациях. Для типовых полезных воздействий могут применяться как случайные, так и регулярные функции полиномиального вида, гармонические и др., а для помех – случайные процессы типа белого шума, точечные и т. п. Качество фильтрации при выбранных типовых воздействиях считается приемлемым и для реальных ситуаций.

При исследовании в качестве типовой огибающей процесса  $x_k$  на плоскости использовалась гармоническая функция  $x(t) = \vartheta_x \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + m_x$ , где  $\vartheta_x$  – амплитуда,  $T$  – период следования и  $m_x$  – постоянная составляющая. Эти параметры задавались исходя из эмпирических соображений

о допустимых значениях скоростей  $\dot{x}$  и ускорений  $\ddot{x}$ . Так, максимальное значение модуля скорости изменения функции  $x(t)$  рассчитывается по формуле  $\left| \frac{dx(t)}{dt} \right|_{\max} = \dot{x} = \vartheta_x \frac{2\pi}{T}$ , а ускорения – по

формуле  $\left| \frac{d^2x(t)}{dt^2} \right|_{\max} = \ddot{x} = \vartheta_x \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2$ . Задаваясь этими величинами, можно найти параметры функции  $x(t)$  из соотношений

$$\vartheta_x = \dot{x}^2 / \ddot{x}, \quad T = 2\pi \dot{x} / \ddot{x}. \quad (12)$$

Дискретные значения функции  $x(t)$  получаются путем замены непрерывного времени  $t$  на дискретное значение  $k = 0, 1, 2, \dots$ .

Мультипликативная помеха  $u_k$  задается посредством дискретной случайной бинарной последовательности со статистически независимыми значениями  $u_k = 1$  или  $u_k = 0$  с вероятностями появления  $p_u$  и  $(1-p_u)$  соответственно. Приведем средние длительности такой последовательности:

– при  $u_k = 1$

$$\tau_u = 1/(1 - p_u), \quad (13)$$

– при  $u_k = 0$

$$\bar{\tau}_u = 1/p_u. \quad (14)$$

Аддитивная помеха  $v_k$  выбирается в форме стационарного дискретного белого шума с нормальным законом распределения вероятностей, нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_v^2$ .

При использовании в качестве исходных данных максимальных значений скоростей  $\dot{x}_{\max}$  и ускорений  $\ddot{x}_{\max}$ , что обычно имеет место при фильтрации траекторий движущихся объектов, можно получить параметры гармонической функции огибающей входного процесса  $x(t)$  по формулам (12). В рассматриваемом примере в качестве функции экстраполяции (9) применяется ряд Тейлора с коэффициентами (10). Так, при экстраполяции нулевого порядка ( $n=0$ )

$$\tilde{x}_k = \hat{x}_{k-1}, \quad (15)$$

первого порядка ( $n=1$ )

$$\tilde{x}_k = 2\hat{x}_{k-1} - \hat{x}_{k-2}, \quad (16)$$

второго порядка ( $n=2$ )

$$\tilde{x}_k = 3\hat{x}_{k-1} - 3\hat{x}_{k-2} + \hat{x}_{k-3} \quad (17)$$

и т. д.

Моделирование проводилось при следующих значениях параметров:  $\dot{x}_{\max} = 0,5$ ,  $\ddot{x}_{\max} = 0,03$ ,  $\vartheta_x = 2$ ,  $T = 25$ ,  $m_x = 5$ ,  $p_u = 0,8$ ,  $\tau_u = 5$ ,  $m_x = 5$ ,  $\bar{\tau}_u = 1,25$ ,  $\sigma_v^2 = 0,1$ . Интервал моделирования  $k$  выбирался от 0 до 100, а в качестве функций экстраполяции  $\tilde{x}_k$  выступали экстраполяторы с уравнениями (15)–(17).

Результаты моделирования при уровне порога  $h = 13,6$  показаны на рис. 2, где зеленым цветом отмечен график изменения входного процесса  $x_k$ , синим – график изменения выходного

процесса  $\hat{x}_k$  при экстраполяции нулевого порядка, а красным – график изменения выходного процесса при экстраполяции первого порядка, где при  $k = 83$  наступает срыв фильтрации. При экстраполяции второго порядка срыв наступает сразу и на рисунке не показан. На интервале времени от  $k = 0$  до примерно  $k = 30$  имеет место переходный процесс.

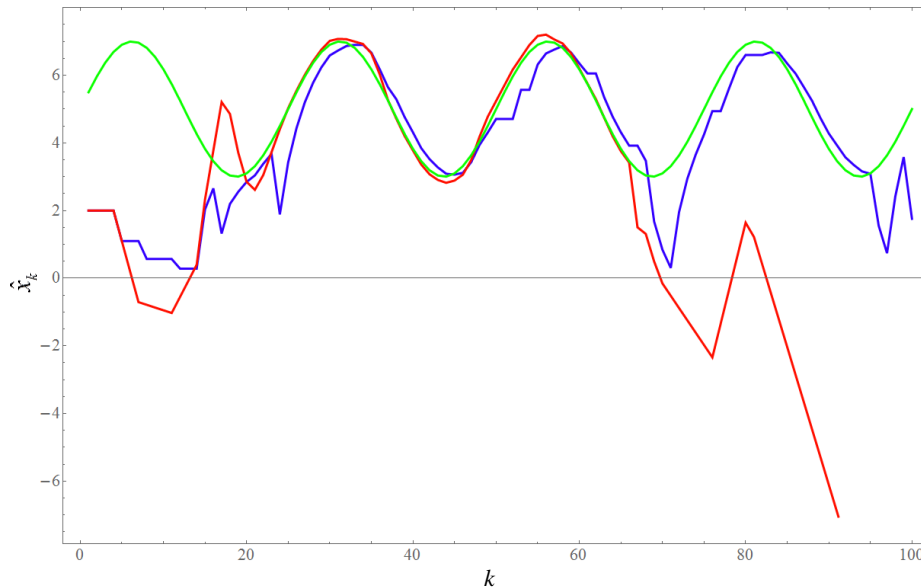


Рис. 2. Изменения входного  $x_k$  и выходного  $\hat{x}_k$  процессов при экстраполяции нулевого и первого порядков

Fig. 2. Changes of the input  $x_k$  and output  $\hat{x}_k$  processes at extrapolation of the zero and first orders

Результаты моделирования показывают работоспособность алгоритма фильтрации и то, что с ростом порядка экстраполяции вероятность срыва растет. Методом статистических испытаний по 10 000 реализациям получены средние значения ошибок  $m_e = \langle x_k - \hat{x}_k \rangle$  (рис. 3) и их среднеквадратических отклонений  $\sigma_e$  (рис. 4) от величины  $h$  в установившемся режиме фильтрации, дополнительно усредненные по времени на участке в один период  $T$ .

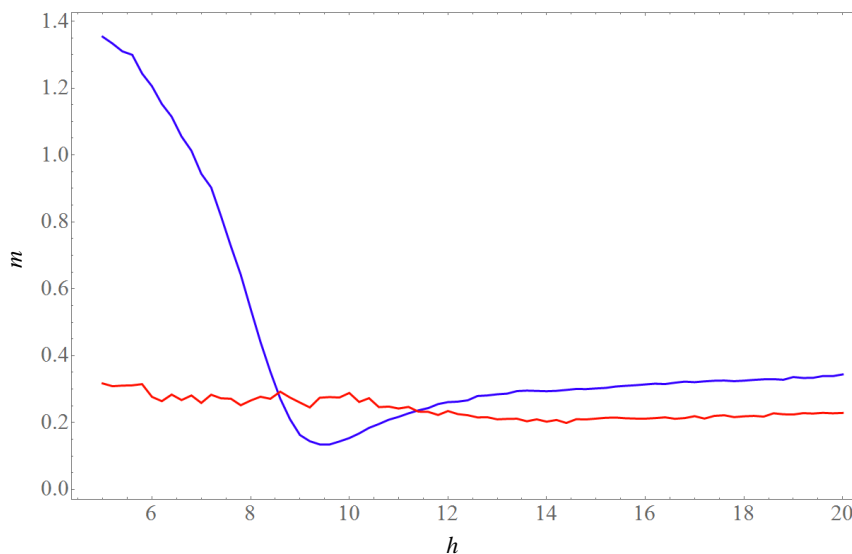


Рис. 3. Средние значения ошибок фильтрации  $m_e$

Fig. 3. Mean values of filtering errors  $m_e$

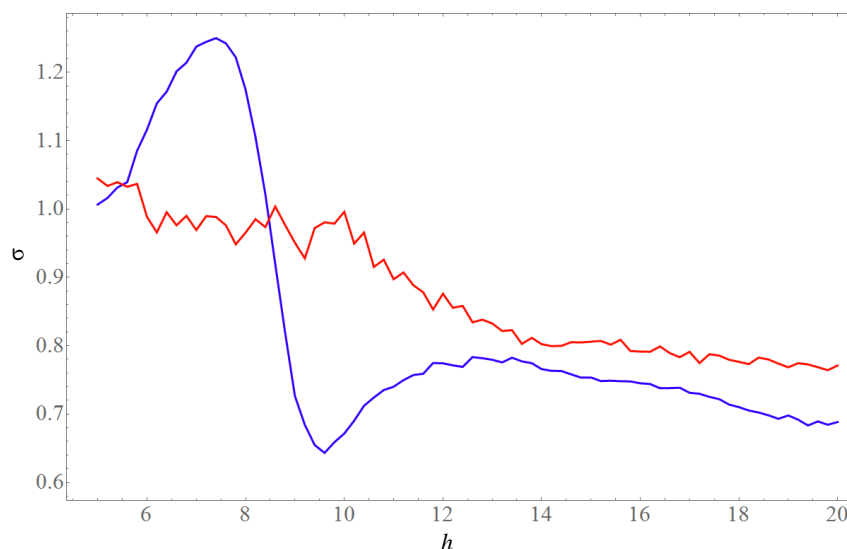


Рис. 4. Среднеквадратические отклонения ошибок фильтрации  $\sigma_e$

Fig. 4. Standard deviations of filtering errors  $\sigma_e$

Представленные на рис. 3 и 4 графики для  $n = 0$  (синего цвета) и  $n = 1$  (красного цвета) дают возможность уточнять величины порога  $h$ , исходя из допустимых величин ошибок. Из графиков видно, что установившиеся значения ошибок фильтрации наступают при  $h > 12$ . При этом средние значения ошибок при  $n = 0$  больше, чем при  $n = 1$ , а среднеквадратические отклонения при  $n = 0$  меньше, чем при  $n = 1$ . Однако при  $n = 1$  имели место срывы слежения. Так, на интервале  $30 < k < 100$  срывы происходили с вероятностью 0,47. Заметим, что при  $m_x = 0$  среднее значение ошибки  $m_e = 0$ .

**Заключение.** Для нахождения алгоритма фильтрации при перерывах поступления информации в работе использован расширенный метод наименьших квадратов. Алгоритм позволяет определять моменты наступления перерывов и осуществлять экстраполяцию оценок полезной информации. Полученный фильтр относится к классу нелинейных, что затрудняет его аналитический анализ. Первоначальный выбор параметров фильтра осуществляется приближенно, а затем они уточняются по результатам моделирования. Сравнительная простота алгоритма делает его пригодным для практического использования.

**Вклад авторов.** В. М. Артемьев – постановка задачи, анализ существующих методов и разработка алгоритма фильтрации. А. О. Наумов – математическое моделирование, расчет ошибок фильтрации, анализ результатов и оформление статьи.

#### Список использованных источников

1. Blackman, S. Design and Analysis of Modern Tracking Systems / S. Blackman, R. Popoli. – Norwood : Artech House, 1999. – 1230 p.
2. Казаков, И. Е. Анализ систем случайной структуры / И. Е. Казаков, В. М. Артемьев, В. А. Бухалев. – М. : Физматлит, 1993. – 272 с.
3. Степанов, О. А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации : в 2 ч. Ч. 1. Введение в теорию оценивания / О. А. Степанов. – СПб. : Электроприбор, 2010. – 509 с.
4. Артемьев, В. М. Линейная фильтрация многомерных случайных последовательностей расширенным методом наименьших квадратов / В. М. Артемьев, А. О. Наумов, Л. Л. Кохан // Информатика. – 2016. – № 4(52). – С. 51–56.
5. Иванов, В. А. Математические основы теории автоматического регулирования / В. А. Иванов, В. С. Медведев, Б. К. Чемоданов. – М. : Высш. шк., 1971. – 808 с.
6. Тихонов, В. И. Выбросы траекторий случайных процессов / В. И. Тихонов, В. И. Хименко. – М. : Наука, 1987. – 304 с.



## Referenses

1. Blackman S., Popoli R. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Norwood, Artech House, 1999, 1230 p.
2. Kazakov I. E., Artem'ev V. M., Buhalev V. A. Analiz sistem sluchajnoj struktury. *Analysis of Systems with Random Structure*. Moscow, Fizmatlit, 1993, 272 p. (In Russ.)
3. Stepanov O. A. Osnovy teorii ocenivaniya s prilozhenijami k zadacham obrabotki navigacionnoj informacii. Chast' 1. Vvedenie v teoriiu ocenivaniya. *Basics of the Estimation Theory with Applications to the Problems of Processing of Navigation Information. Part 1. Introduction to Estimation Theory*. Saint Petersburg, Jelektropribor, 2010, 509 p. (In Russ.)
4. Artemiev V. M., Naumov A. O., Kokhan L. L. *Linear filtering of random sequences using a least squares method with regularization*. Informatika [Informatics], 2016, no. 4(52), pp. 51–56 (In Russ.)
5. Ivanov V. A., Medvedev V. S., Chemojanov B. K. Matematicheskie osnovy teorii avtomaticheskogo regulirovaniya. *Mathematical Foundations of the Theory of Automatic Control*. Moscow, Vysshaja shkola, 1971, 808 p. (In Russ.)
6. Tihonov V. I., Himenko V. I. Vybrozy traektorij sluchajnyh processov. *Outliers in Trajectories of Random Processes*. Moscow, Nauka, 1987, 304 p. (In Russ.)

## Информация об авторах

*Артемиев Валентин Михайлович*, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси.  
E-mail: artemiev@iaph.bas-net.by

*Наумов Александр Олегович*, кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией радиотомографии, Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси.  
<https://orcid.org/0000-0002-4624-9261>  
E-mail: naumov@iaph.bas-net.by

## Information about the authors

*Valentin M. Artemiev*, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, D. Sc. (Eng.), Professor, Chief Researcher, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus.  
E-mail: artemiev@iaph.bas-net.by

*Alexander O. Naumov*, Ph. D. (Phys.-Math.), Head of the Laboratory of Radiotomography, Institute of Applied Physics of the National Academy of Sciences of Belarus.  
<https://orcid.org/0000-0002-4624-9261>  
E-mail: naumov@iaph.bas-net.by