

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 539.3

О.Л. Швед, А.А. Абрамов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА
ПРЯМОГО ВЫДАВЛИВАНИЯ СВИНЦА

Выполняется численное моделирование процесса прямого выдавливания (экструзии) с использованием системы LS-DYNA. Обнаруживаются как количественное, так и качественное расхождение с натурными экспериментами в общей картине течения металла.

Введение

А. Треска установил существование некой характеристики материала (условия текучести), в соответствии с которой независимо от типа опыта твердое тело испытывает необратимые пластические деформации. Однако правильная конкретизация условия текучести до настоящего времени вызывает серьезные затруднения. Так, согласно данным экспериментов А. Треска по экструзии свинца [1, 2], металл течет подобно жидкости [3]. Напомним, что экструзия означает формирование изделий путем выдавливания пуансоном материала через матрицу с отверстием. Теоретическое решение такой задачи с критерием текучести Мизеса показывает наличие зоны застоя материала [4]. Имеет место качественное расхождение результатов теории и эксперимента [5]. В связи с этим представляется интересным описать некоторые опыты А. Треска путем численного моделирования и сравнить результаты экспериментов.

1. Выбор основных параметров модели материала

Примем модель материала в виде «Elastic Plastic» с изотропным упрочнением [6]. Зададим модуль Юнга $E = 16000$ МПа, плотность 13310 кг/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0,4$, начальный предел текучести $\sigma = 16$ МПа.

Согласно описанию к пакету LS-DYNA основными параметрами, задание которых вызывает затруднение, являются величины p, C, E_t . При выдавливании общий интервал распределения деформации ε примем равным $(0,1)$, а скорости деформации $\dot{\varepsilon} - (\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2)$, где $\dot{\varepsilon}_1 = 0,04, \dot{\varepsilon}_2 = 9$ с⁻¹. Последним соответствуют при одноосном сжатии экспериментальные кривые сопротивления деформации g_1 и g_2 [7]. Представим их в виде непрерывных кусочно-линейных функций по деформации ε с шагом $0,1$. На интервале с номером k имеем $g_i = g_{ik0} + g_{ik1}\varepsilon, i = 1, 2, k = 1, 2, \dots, 10$. Теоретическая функция сопротивления деформации приближенно представляется в виде $f_i = (1 - (\frac{\dot{\varepsilon}_i}{C} \sqrt{\frac{3}{2}})^p)(\sigma + \frac{E_t E}{E - E_t} \sqrt{\frac{2}{3}} \varepsilon)$. Параметры p, C, E_t будем отыскивать из условия

$$\int (f_1 - g_1)^2 d\varepsilon + \int (f_2 - g_2)^2 d\varepsilon \rightarrow \min. \quad (1)$$

Условие (1) сводится к задаче условной минимизации

$$F = 10(\sigma^2 + \sigma z + 3^{-1} z^2)(x^2 + y^2) - \sigma(A_1 x + A_2 y) - z(B_1 x + B_2 y) \rightarrow \min, \quad x, y > 1, \quad z > 0, \quad (2)$$

где σ, A_i, B_i – известные постоянные, и выполняется

$$p = \ln \frac{\dot{\varepsilon}_2}{\dot{\varepsilon}_1} \left(\ln \frac{y-1}{x-1} \right)^{-1}, C = \dot{\varepsilon}_1 (x-1)^{\frac{-1}{y}} \sqrt{\frac{2}{3}}, E_t = zE(E + z\sqrt{\frac{3}{2}})^{-1} \sqrt{\frac{3}{2}}. \quad (3)$$

Стационарная точка (x, y, z) функции F удовлетворяет системе уравнений $20x(\sigma^2 + \sigma z + 3^{-1}z^2) - \sigma A_1 - zB_1 = 0$, $20y(\sigma^2 + \sigma z + 3^{-1}z^2) - \sigma A_2 - zB_2 = 0$, $10(\sigma + 3^{-1}2z)(x^2 + y^2) - (B_1x + B_2y) = 0$, решение которой дает следующий результат:

$$R_2(z\sigma^{-1})^2 + R_1z\sigma^{-1} + R_0 = 0 \quad (R_2 = 3^{-1}2(A_1B_1 + A_2B_2) - (B_1^2 + B_2^2), \quad (4)$$

$$R_1 = 3^{-1}2(A_1^2 + A_2^2) - 2(B_1^2 + B_2^2), R_0 = A_1^2 + A_2^2 - 2(A_1B_1 + A_2B_2));$$

$$x = (\sigma A_1 + zB_1)q^{-1}, y = (\sigma A_2 + zB_2)q^{-1}, q = 20(\sigma^2 + \sigma z + 3^{-1}z^2). \quad (5)$$

Один из корней уравнения (4) оказывается положительным, значит, соответствующие значения $x, y > 1$. Кроме того, матрица Гессе функции F для найденных x, y, z будет положительно определенной, так как $q > 0$ и $3^{-1}20(x^2 + y^2)q - (20x(\sigma + 3^{-1}2z) - B_1)^2 > 0$. Следовательно, точка минимума F в рассматриваемой области существует и единственна. Из соотношений (3)–(5) находим

$$p = 14,62, C = 0,078 \text{ с}^{-1}, E_t = 1,58 \text{ МПа}.$$

2. Численное моделирование

Процесс является осесимметричным. Используем цилиндрическую систему координат (φ, R, Z) . Считаем, что трение на контактной поверхности со штампом отсутствует (поверхность тщательно смазана парафином). Рассмотрим два опыта А. Треска (рис. 1 и рис. 2). Масштабы изображений на рисунках пропорциональны реальным размерам. Толщина одной пластины в первом случае 3,15 мм, во втором – 2,2 мм.

В первом эксперименте (рис. 1) наблюдается сильный отход материала с контактной поверхности пластины и пуансона [2]. Центральная часть становится пустотелой. По мнению А. Треска, этот эффект является аналогом вихреобразования (образования воронок) при течении жидкостей. Величина хода пуансона – 5 % от возможного. Относительная погрешность определения расстояния от пуансона до нижней точки пластины на оси Z в численном эксперименте оказывается 22,2 %. Качественного расхождения с опытом не наблюдается.

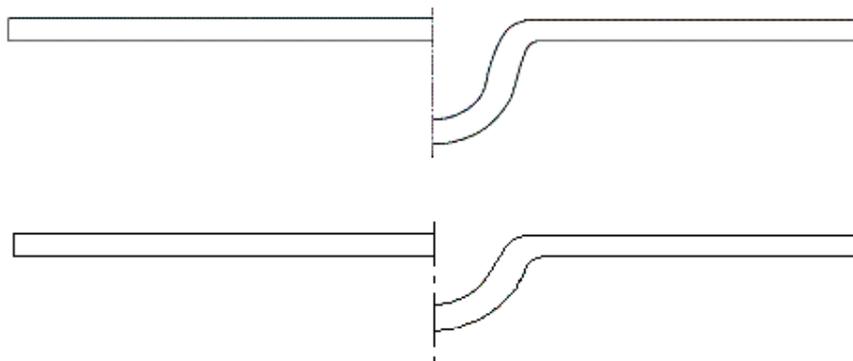


Рис. 1. Экструзия одной свинцовой пластины. Вверху изображен натуральный эксперимент, внизу – численный. Левая половина осевого сечения пластины – начальная форма, правая половина – конечная

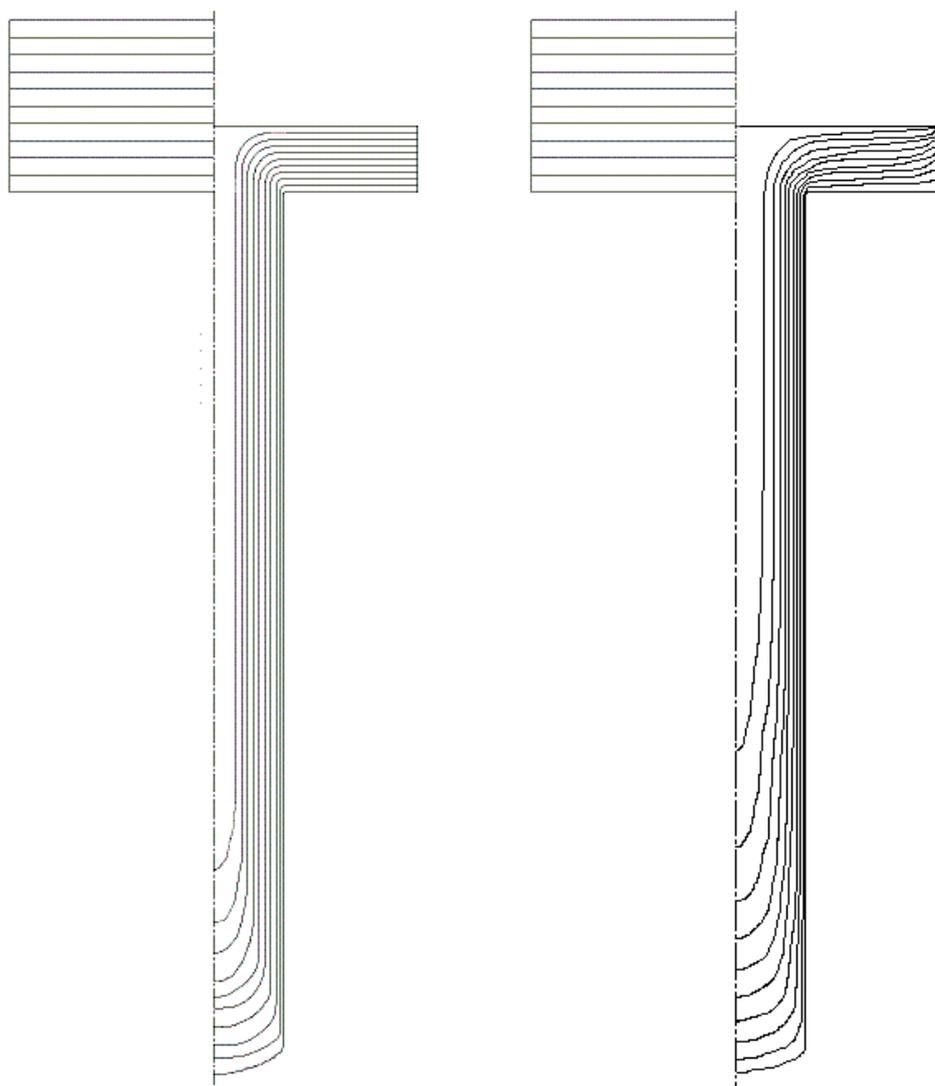


Рис. 2. Экструзия пакета из 10 свинцовых пластин. Слева – натурный эксперимент, справа – численный.
Левая половина осевого сечения пакета – начальная форма, правая половина – конечная

Во втором опыте выдавливался слоистый пакет (рис. 2) [1]. При моделировании использована адаптивная перестройка конечно-элементной сетки. На контактных поверхностях свинцовых пластин принято условие прилипания. В натурном эксперименте пластины не расслаивались, хотя при некоторых размерах отверстия матрицы такое явление наблюдалось. Если смотреть картину мгновенного поля перемещений, то оказывается, что в течение всего процесса при численном моделировании в углу матрицы наблюдается зона застоя материала. Следствием этого факта является различие в конечном расположении пластин. В физическом эксперименте они расположены существенно более равномерно, чем в численном, так как зона застоя там отсутствовала.

Заключение

Для численного моделирования опытов А. Треска выбрана геометрически линейная модель упругопластического материала с изотропным упрочнением, чувствительная к скорости деформации [6]. Разработана простая методика определения основных параметров модели.

Выполнено численное моделирование двух опытов А. Треска по экструзии свинца. В первом случае обнаружено количественное, а во втором случае качественное расхождение с

экспериментальными данными. Этот факт, подтверждающий несовершенство существующих моделей материала деформируемого твердого тела, следует рассматривать как предостережение для пользователей пакета LS-DYNA, настраивающее их на критическое отношение к результатам численного моделирования. Данные вычислительного эксперимента качественно соответствуют решению аналогичной задачи в работе [4].

Список литературы

1. Tresca, H.É. Mémoire sur l'écoulement des corps solides / H.É. Tresca. – Paris: Academie des Sciences, 1872. – Vol. 20. – P. 733–799.
2. Tresca, H.É. Mémoire sur l'écoulement des corps solides / H.É. Tresca. – Paris: Academie des Sciences, 1868. – Vol. 18. – P. 75–135.
3. Белл, Дж. Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Ч. II. Конечные деформации / Дж. Ф. Белл. – М.: Наука, 1984. – 432 с.
4. Хилл, Р. Математическая теория пластичности / Р. Хилл. – М.: Гостехиздат, 1954. – 407 с.
5. Жилин, П.А. Математическая теория неупругих и сыпучих сред / П.А. Жилин // Успехи механики. – 2003. – Т. 2. – № 4. – С. 3–36.
6. LS-DYNA 960 Keyword User's Manual. Livermore Software Technology Corporation, 2001.
7. Полухин, П.И. Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов: справочник / П.И. Полухин, А.М. Галкин, Г.Я. Гун. – М.: Metallurgia, 1976. – 480 с.

Поступила 15.06.07

*Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: swed@newman.bas-net.by*

O.L. Shwed, A.A. Abramov

MATHEMATICAL MODELLING OF PROCESSES OF LEAD DIRECT EXTRUSION

Computational modeling the direct extrusion process has been executed using the software package LS-DYNA. Both quantitative and qualitative results distinctions between simulated and experiments results are discussed.