

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

УДК 621.192(035)

В.В. Анищенко, Л.И. Кульбак, Т.С. Мартинович

ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПОЛЯ КЛАСТЕРНОЙ СИСТЕМЫ

Приводится математическая модель надежности кластерной вычислительной системы, в которой состояния вычислительного поля описываются полумарковской моделью, а также формулы расчета показателей надежности вычислительного поля при различных стратегиях его восстановления. Даются примеры расчета показателей надежности вычислительного поля кластерной вычислительной системы.

Введение

В последнее время вопросам надежности кластерных вычислительных систем (КВС) стали уделять большое внимание, что нашло отражение в ряде публикаций [1–5]. В работах [3, 4] рассматривается марковская модель надежности КВС, где ядро КВС является элементом этой модели. В работе [5] КВС представляется в виде структурной схемы надежности (СН), состоящей из двух элементов: ядра КВС и вычислительного поля КВС – совокупности вычислительных узлов (СВУ). В этой работе приведены также формулы связи показателей надежности КВС с показателями надежности элементов СН, которые имеют следующий вид:

$$K_{\text{ЭФ.КВС}} = K_{\text{Г.Я}} K_{\text{ЭФ.СВУ}}; \quad (1)$$

$$K_{\text{Г.КВС}} = K_{\text{Г.Я}} K_{\text{Г.СВУ}}; \quad (2)$$

$$T_{\text{О.КВС}} = \frac{T_{\text{О.Я}} T_{\text{О.СВУ}}}{T_{\text{О.Я}} + T_{\text{О.СВУ}}}, \quad (3)$$

где $K_{\text{ЭФ.КВС}}$, $K_{\text{ЭФ.СВУ}}$ – коэффициенты сохранения эффективности КВС и СВУ соответственно;
 $K_{\text{Г.КВС}}$, $K_{\text{Г.Я}}$, $K_{\text{Г.СВУ}}$ – коэффициенты готовности КВС, ядра КВС и СВУ соответственно;
 $T_{\text{О.КВС}}$, $T_{\text{О.Я}}$, $T_{\text{О.СВУ}}$ – средние наработки на отказ КВС, ядра КВС и СВУ соответственно.

Показатели надежности ядра КВС определяются известными методами, и это не представляет особого труда. Показатели надежности СВУ в работе [5] получены с использованием марковской модели надежности СВУ. Известно, что марковская модель может быть применена только в случае распределения времени пребывания системы в определенном состоянии по экспоненциальному закону. Если наработки до отказа ВУ достаточно легко можно представить в виде экспоненциального распределения, то возможность представления времени восстановления ВУ в виде экспоненциального распределения часто вызывает сомнения. Для повышения универсальности модели надежности СВУ в данной работе предлагается использовать полумарковскую модель надежности СВУ.

1. Математическая модель надежности СВУ

Аналогично работе [3] в качестве математической модели надежности СВУ примем модель ее состояний в процессе эксплуатации со следующими допущениями:

- СВУ состоит из N_0 идентичных по надежности ВУ;
- каждый ВУ может находиться в одном из двух состояний: работоспособном или неработоспособном;

- переход СВУ из одного состояния в другое совершается независимо от предыдущих переходов;
- события, переводящие СВУ из одного состояния в другое, происходят под действием случайных независимых управляющих потоков в направлении первого из появившихся потоков;
- законы распределения времени управляющих потоков известны и, следовательно, известны условные вероятности переходов из одного состояния в другое;
- за исходное состояние СВУ принимается состояние, когда все N_0 ВУ работоспособны;
- отказ некоторого числа ВУ в общем случае не приводит к неработоспособности СВУ, а лишь снижает ее производительность;
- производительность СВУ пропорциональна числу доступных для программного обеспечения КВС ВУ (далее по тексту доступных ВУ);
- восстановление СВУ производится путем замены ВУ и не ограничено количеством одновременно восстанавливаемых ВУ.

При принятых допущениях для описания процесса изменения состояний СВУ можно использовать математический аппарат полумарковских процессов.

Коэффициент готовности K_G и средняя наработка на отказ T_O применительно к СВУ в полумарковских моделях, согласно [6–8], в самом общем виде определяются по следующим формулам:

$$K_G = \frac{\sum \pi_i m_i, S_i \in W_{PC}}{\sum \pi_i m_i, S_i \in W}; \quad (4)$$

$$T_O = \frac{\sum \pi_i m_i, S_i \in W_{PC}}{\sum \pi_i (1 - \sum P_{i,j}), S_i, S_j \in W_{PC}}, \quad (5)$$

где W – множество состояний СВУ; W_{PC} – подмножество работоспособных состояний СВУ из множества W ; π_i – стационарная вероятность нахождения СВУ в состоянии S_i вложенной марковской цепи; m_i – среднее время однократного пребывания СВУ в состоянии S_i вложенной марковской цепи; $P_{i,j}$ – вероятность перехода из состояния S_i в состояние S_j .

Используя определение коэффициента сохранения эффективности $K_{ЭФ}$ из работы [9], по аналогии с K_G получим

$$K_{ЭФ} = \frac{\sum N_i \pi_i m_i, S_i \in W_{PC}}{N_0 \sum \pi_i m_i, S_i \in W_{PC}}, \quad (6)$$

где N_0 – общее число ВУ в составе СВУ; N_i – число доступных ВУ в состоянии S_i .

В работе [6] приводятся следующие соотношения, которые используются при описании полумарковской модели:

$$Q_{i,j}(t) = \int_0^t \prod_{l \in W, l \neq j} [1 - G_{i,l}(x)] dG_{i,l}(x), S_i, S_j \in W; \quad (7)$$

$$m_i = \int_0^\infty [1 - \sum Q_{i,j}(t)] dt, S_i, S_j \in W; \quad (8)$$

$$P_{i,j} = \lim_{t \rightarrow \infty} Q_{i,j}(t), S_i, S_j \in W, \quad (9)$$

где $Q_{i,j}(t)$ – вероятность перехода за время t из состояния S_i в состояние S_j ; $G_{i,l}(t)$ – распределение времени между событиями управляющих потоков, переводящих СВУ из состояния S_i в соседнее состояние S_j ; $P_{i,j}$ – стационарная относительная вероятность перехода СВУ из состояния S_i в соседнее состояние S_j .

Обозначим W_i подмножество состояний из множества W , на которые имеется выход из состояния S_i . Имеем

$$\sum P_{i,j} = 1, S_i \in W, S_j \in W_i. \quad (10)$$

2. Вывод формул для расчета показателей надежности СВУ

Рассмотрим два варианта восстановления СВУ:

1. После снижения производительности КВС до установленного уровня (отказа n ВУ). Восстановление производится до исходного уровня производительности КВС (рис. 1).

2. Сразу после отказа одного из ВУ. При накоплении в СВУ n отказавших ВУ производится ускоренное (экстренное) восстановление.

Заметим, что в современных КВС существенно изменился процесс восстановления работоспособности. Связано это с тем, что кроме системного и программного обеспечения КВС имеют автоматические системы контроля (мониторинга) состояния всех технических средств, входящих в состав КВС, и восстановление КВС производится заменой отказавшего технического средства на исправное. Системы мониторинга позволяют локализовать отказ с точностью до заменяемого технического средства, входящего в состав КВС. Например, для КВС семейства СКИФ адаптирована система мониторинга FLAME (FunctionAL Aceive Monitoring Environment), которая позволяет локализовать отказ ВУ с точностью до заменяемого элемента, которым стали целые устройства. Например, ВУ КВС СКИФ К-1000 состоит из трех заменяемых элементов: базового вычислительного модуля, порта коммутатора системной сети с кабелем и порта коммутатора вспомогательной сети с кабелем. При этом условная вероятность отказа базового вычислительного модуля при условии, что произошел отказ ВУ, составляет более 95 %. Таким образом, восстановление СВУ по варианту 1 сводится в основном к замене отказавшего базового вычислительного модуля на исправный. В СВУ все ВУ идентичны и хорошо доступны для замены. При таких условиях можно принять допущение о том, что восстановление СВУ производится за постоянное время.

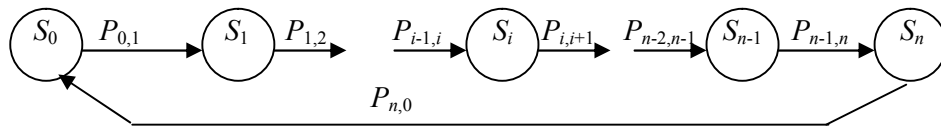


Рис. 1. Граф состояний СВУ при восстановлении СВУ по варианту 1: $S_0, S_1, \dots, S_n \in W, S_0, S_1, \dots, S_{n-1} \in W_{PC}$; S_0 – исходное состояние СВУ, при котором все N_0 ВУ работоспособны; $S_i, i = 1, \dots, n$ – состояния СВУ при отказе i ВУ, работоспособными в СВУ остались $(N_0 - i)$ ВУ; $P_{i, i+1}, i=0, \dots, n-1$, – стационарная относительная вероятность перехода из состояния S_i в состояние S_{i+1}

В соответствии с правилами составления системы алгебраических уравнений для определения вероятностей состояний графа [5] и с учетом формулы (10) справедлива следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n \pi_i = 1; \\ \pi_i = \pi_{i-1}, \quad i = 1, \dots, n. \end{cases} \quad (11)$$

Корнями этой системы уравнений являются

$$\pi_i = \pi = \frac{1}{n+1}, \quad i = 0, \dots, n. \quad (12)$$

После подстановки (12) в формулы (4)–(6) получим

$$K_{\Gamma} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} m_i}{\sum_{i=0}^n m_i}; \quad (13)$$

$$K_{\text{ЭФ}} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} m_i N_i}{N_0 \sum_{i=0}^n m_i}; \quad (14)$$

$$T_O = \sum_{i=0}^{n-1} m_i. \quad (15)$$

Примем вполне приемлемое допущение о том, что потоки отказов ВУ в СВУ имеют экспоненциальное распределение. В этом случае можно записать следующие соотношения:

$$G_{i,i+1}(t) = 1 - \exp(-\Lambda_i t), \quad i = 0, \dots, n-1; \quad (16)$$

$$\Lambda_i = (N_0 - i)\lambda, \quad i = 0, \dots, n-1, \quad (17)$$

где Λ_i – интенсивность отказов СВУ в состоянии S_i ; λ – интенсивность отказов ВУ.

В рассматриваемом случае

$$G_{i,j}(t) = Q_{i,j}(t). \quad (18)$$

После подстановки формулы (18) в (8) с учетом (16), (17) и формулы (19) в (13)–(15) получим

$$m_i = 1/[(N_0 - i)\lambda], \quad i = 0, \dots, n-1; \quad (19)$$

$$K_{\Gamma} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} 1/(N_0 - i)}{\lambda m_n + \sum_{i=0}^{n-1} 1/(N_0 - i)}; \quad (20)$$

$$K_{\text{ЭФ}} = \frac{n}{[\lambda m_n + \sum_{i=0}^{n-1} 1/(N_0 - i)] N_0}; \quad (21)$$

$$T_O = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} 1/(N_0 - i)}{\lambda}. \quad (22)$$

В формулах (20) и (21) неопределенным осталось среднее время m_n пребывания СВУ в состоянии отказа S_n , которое зависит от закона распределения времени восстановления СВУ.

Для варианта 1 восстановления СВУ при принятых ранее допущениях будет справедливо соотношение

$$Q_{n,0}(t) = G_{n,0}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < nT_3; \\ 1 & \text{при } t \geq nT_3, \end{cases} \quad (23)$$

где T_3 – время замены отказавшего ВУ на исправный.

После подстановки формулы (23) в (8) получим

$$m_n = n T_3. \quad (24)$$

С учетом (24) формулы расчета показателей надежности СВУ при восстановлении по варианту 1 примут следующий вид:

$$K_{Г.1} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} 1/(N_0 - i)}{\lambda n T_3 + \sum_{i=0}^{n-1} 1/(N_0 - i)}; \quad (25)$$

$$K_{ЭФ.1} = \frac{n}{[\lambda n T_3 + \sum_{i=0}^{n-1} 1/(N_0 - i)] N_0}; \quad (26)$$

$$T_{O.1} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} 1/(N_0 - i)}{\lambda}. \quad (27)$$

При восстановлении СВУ по варианту 2 граф состояний будет иметь вид, показанный на рис. 2.

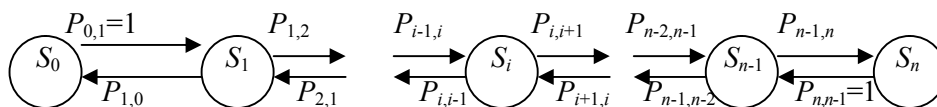


Рис. 2. Граф состояний СВУ при восстановлении СВУ по варианту 2: $S_0, S_1, \dots, S_n \in W$, $S_0, S_1, \dots, S_{n-1} \in W_{PC}$; S_0 – исходное состояние СВУ, при котором все N_0 ВУ работоспособны; S_i , $i=1, \dots, n$, – состояния СВУ при отказе i ВУ, работоспособными в СВУ остались $(N_0 - i)$ ВУ; P_{ij} , $i, j=0, \dots, n$, – стационарная относительная вероятность перехода из состояния S_i в состояние S_j

В соответствии с правилами составления системы алгебраических уравнений для определения вероятностей состояний графа [5] и с учетом формулы (10) справедлива следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \pi_0 = \pi_1 P_{1,0}; \\ \pi_R = \pi_{R-1} P_{R,R-1} + \pi_{R+1} P_{R+1,R}, \quad R=1, \dots, n-1; \\ \sum_{R=0}^n \pi_R = 1. \end{cases} \quad (28)$$

Корнями системы уравнений (28) являются

$$\pi_0 = \left[1 + P_{n-1,n} \frac{\prod_{K=1}^{n-2} P_{K,K+1}}{\prod_{K=1}^{n-1} P_{K,K-1}} + \sum_{R=1}^{n-1} \frac{\prod_{K=1}^{R-1} P_{K,K+1}}{\prod_{K=1}^R P_{K,K-1}} \right]^{-1}; \quad (29)$$

$$\pi_1 = \pi_0 / P_{1,0}; \quad (30)$$

$$\pi_R = \pi_0 \frac{\prod_{K=1}^{R-1} P_{K,K+1}}{\prod_{K=1}^R P_{K,K-1}}, \quad R = 2, \dots, n-1; \quad (31)$$

$$\pi_n = \pi_0 P_{n-1,n} \frac{\prod_{K=1}^{n-2} P_{K,K+1}}{\prod_{K=1}^{n-1} P_{K,K-1}}. \quad (32)$$

Определим стационарные относительные вероятности переходов P_{ij} из одного состояния в другие. Условия (16), (17) остаются в силе и для графа, изображенного на рис. 2, следовательно,

$$G_{R,R+1}(t) = 1 - \exp(-\Lambda_R t), \quad R = 0, \dots, n-1. \quad (33)$$

Время восстановления СВУ по варианту 2 практически зависит не от времени локализации отказавшего ВУ и времени его замены, а от времени отложенного восстановления ВУ. Время отложенного восстановления ВУ значительно превосходит активное время восстановления ВУ. Например, время отложенного восстановления ВУ составляет десятки и сотни часов, а время замены ВУ – десятки минут. Время отложенного восстановления ВУ определяется организационными порядками и имеет малый разброс, поэтому его можно принять постоянным.

Как и для восстановления СВУ по варианту 1, примем допущение о том, что восстановление ВУ производится за постоянное время при ограниченном восстановлении. Тогда

$$G_{R,R-1}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < T_{B,R} \\ 1 & \text{при } t \geq T_{B,R} \end{cases}, \quad R=1, \dots, n-1; \quad (34)$$

$$G_{n,n-1}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < T_{\Delta,B}; \\ 1 & \text{при } t \geq T_{\Delta,B}, \end{cases} \quad (35)$$

где $T_{B,R}$ – время отложенного восстановления ВУ в обычном случае в состоянии S_R ; $T_{\Delta,B}$ – время восстановления ВУ в экстренном случае. Для них справедливы соотношения

$$T_{B,R} = T_{B,1}/R, \quad R = 1, \dots, n-1; \quad T_{\Delta,B} < T_{B,n-1}. \quad (36)$$

После подстановки формул (33)–(35) в (7) и проведения необходимых операций получим

$$Q_{0,1}(t) = 1 - \exp(-\Lambda_0 t); \quad (37)$$

$$Q_{R,R+1}(t) = \begin{cases} 1 - \exp(-\Lambda_R t) & \text{при } t < T_{B,R} \\ 1 - \exp(-\Lambda_R T_{B,R}) & \text{при } t \geq T_{B,R} \end{cases}, \quad R=1, \dots, n-1; \quad (38)$$

$$Q_{R,R-1}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < T_{B,R} \\ \exp(-\Lambda_{Ri} T_{B,R}) & \text{при } t \geq T_{B,R} \end{cases}, \quad Ri=1, \dots, n-1; \quad (39)$$

$$Q_{n,n-1}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < T_{\Delta,B}; \\ 1 & \text{при } t \geq T_{\Delta,B}. \end{cases} \quad (40)$$

После подстановки формул (37)–(40) в (9) имеем

$$P_{0,1} = 1; \quad (41)$$

$$P_{R,R+1} = 1 - \exp(-\Lambda_R T_{B,R}), \quad R = 1, \dots, n-1; \quad (42)$$

$$P_{R,R-1} = \exp(-\Lambda_R T_{B,R}), \quad R = 1, \dots, n-1. \quad (43)$$

Подставим формулы (41)–(43) в (29)–(32) и путем несложных преобразований получим

$$\pi_1 = \pi_0 \exp[\lambda(N_0 - 1)T_{B,1}]; \quad (44)$$

$$\pi_R = \pi_0 \exp[\lambda T_{B,R} \sum_{K=1}^R (N_0 - K)] \prod_{K=1}^{R-1} \{1 - \exp[-\lambda T_{B,K} (N_0 - K)]\}, \quad R = 2, \dots, n-1; \quad (45)$$

$$\pi_n = \pi_0 \exp[\lambda T_{B,n-1} \sum_{K=1}^{n-1} (N_0 - K)] \{1 - \exp[-\lambda T_{B,n-1} (N_0 + 1 - n)]\} \prod_{K=1}^{n-1} \{1 - \exp[-\lambda T_{B,K} (N_0 - K)]\}; \quad (46)$$

$$\pi_0 = [1 + \pi_1 + \sum_{R=2}^{n-1} \pi_R + \pi_n]^{-1}. \quad (47)$$

После подстановки формул (37)–(40) в (8)

$$m_0 = 1/\Lambda_0; \quad (48)$$

$$m_R = [1 - \exp(-\Lambda_R T_{B,R})]/\Lambda_R, \quad R = 1, \dots, n-1; \quad (49)$$

$$m_n = T_{\mathcal{E}B}. \quad (50)$$

Обозначим

$$\pi_R = D_R \pi_0, \quad R = 1, \dots, n-1; \quad (51)$$

$$\pi_n = \pi_0 D_{n-1} [1 - \exp(-\Lambda_{n-1} T_{B,n-1})], \quad (52)$$

где

$$D_1 = \exp[\lambda(N_0 - 1)T_{B,1}]; \quad (53)$$

$$D_R = \exp[\lambda T_{B,R} \sum_{K=1}^R (N_0 - K)] \prod_{K=1}^{R-1} \{1 - \exp[-\lambda T_{B,K} (N_0 - K)]\}, \quad R = 2, \dots, n. \quad (54)$$

Тогда формулы (4)–(6) с учетом графа на рис. 2 примут следующий вид:

$$K_{\Gamma} = \frac{m_0 + \sum_{R=1}^{n-1} m_R D_R}{m_0 + \sum_{R=1}^n m_R D_R}; \quad (55)$$

$$T_O = \frac{m_0 + \sum_{R=1}^{n-1} m_R D_R}{D_{n-1} [1 - \exp(-\Lambda_{n-1} T_{B,n-1})]}; \quad (56)$$

$$K_{\mathcal{E}\Phi} = \frac{m_0 N_0 + \sum_{R=1}^{n-1} N_R m_R D_R}{N_0 [m_0 + \sum_{R=1}^n m_R D_R]}. \quad (57)$$

Следует заметить справедливость неравенства

$$K_{\Gamma} \frac{N_0 - n}{N_0} < K_{\text{ЭФ}} < K_{\Gamma}. \tag{58}$$

После подстановки в формулы (55)–(57) переменных из формул (48)–(50), (53), (54) и некоторых преобразований получим следующие формулы расчета показателей надежности СВУ:

$$K_{\Gamma} = \frac{1 + \sum_{R=1}^{n-1} \frac{N_0}{N_0 - R} \prod_{K=1}^R [\exp(\lambda T_{B,1} \frac{N_0 - K}{K}) - 1]}{1 + \sum_{R=1}^{n-1} \frac{N_0}{N_0 - R} \prod_{K=1}^R [\exp(\lambda T_{B,1} \frac{N_0 - K}{K}) - 1] + T_{\text{Э,В}} \lambda N_0 \prod_{K=1}^{n-1} [\exp(\lambda T_{B,1} \frac{N_0 + 1 - n}{n - 1}) - 1]}; \tag{59}$$

$$T_O = \frac{\frac{1}{\lambda N_0} + \sum_{R=1}^{n-1} \frac{1}{\lambda(N_0 - R)} \prod_{K=1}^R [\exp(\lambda T_{B,1} \frac{N_0 - K}{K}) - 1]}{\prod_{K=1}^{n-1} [\exp(\frac{\lambda T_{B,1} (N_0 - K)}{K}) - 1]}; \tag{60}$$

$$K_{\text{ЭФ}} = \frac{1 + \sum_{R=1}^{n-1} \prod_{K=1}^R [\exp(\lambda T_{B,1} \frac{N_0 - K}{K}) - 1]}{1 + \sum_{R=1}^{n-1} \frac{N_0}{N_0 - R} \prod_{K=1}^R [\exp(\lambda T_{B,1} \frac{N_0 - K}{K}) - 1] + T_{\text{Э,В}} \lambda N_0 \prod_{K=1}^{n-1} [\exp(\lambda T_{B,1} \frac{N_0 + 1 - n}{n - 1}) - 1]}. \tag{61}$$

3. Примеры расчетов показателей надежности

Пример 1. Рассчитать показатели надежности СВУ (вычислительного поля) КВС ВМ5100.09 СКИФ К-1000 в случае восстановления СВУ по варианту 1 при следующих исходных данных:

- наработка до отказа ВУ имеет экспоненциальное распределение;
- время замены отказавшего ВУ на исправный является постоянным $T_3 = 0,5$ ч;
- интенсивность отказов ВУ $\lambda = 38,8 \times 10^{-6}$ 1/ч;
- количество ВУ в СВУ $N_0 = 288$;
- уровень отказа СВУ n принимается в диапазоне от 2 до 57.

Расчет показателей надежности СВУ проводился по формулам (25)–(27) с использованием пакета прикладных программ MathCAD 2001 (табл. 1).

Таблица 1

Показатели надежности СВУ при восстановлении СВУ по варианту 1

n	2	4	6	10	15	20	25	28	57
T_O , ч	179	359	541	909	1376	1852	2336	2631	5673
$K_{\text{ЭФ}}$	0,993	0,989	0,986	0,979	0,970	0,961	0,953	0,947	0,895
K_{Γ}	0,994	0,994	0,994	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995

Пример 2. Рассчитать показатели надежности СВУ (вычислительного поля) КВС ВМ5100.09 СКИФ К-1000 в случае восстановления СВУ по варианту 2 при следующих исходных данных:

- наработка до отказа ВУ имеет экспоненциальное распределение;
- время замены отказавшего ВУ на исправный является постоянным $T_{B,1} = 168$ ч (табл. 2) или $T_{B,1} = 720$ ч (табл. 3);
- время экстренного восстановления ВУ $T_{B,Э} = 8$ ч;
- интенсивность отказов ВУ $\lambda = 38,8 \times 10^{-6}$ 1/ч;
- количество ВУ в СВУ $N_0 = 288$;
- уровень отказа СВУ n принимается в диапазоне от 2 до 8.

Расчет показателей надежности СВУ проводился по формулам (59)–(61) с использованием пакета прикладных программ MathCAD 2001 (табл. 2, 3).

Таблица 2

Показатели надежности СВУ при восстановлении СВУ
по варианту 2 при $T_{B,1}=168$ ч

n	2	3	4	5	6	7	8
$T_{O, ч}$	106	159	275	559	1345	3845	12940
$K_{ЭФ}$	0,927	0,947	0,965	0,978	0,985	0,989	0,990
$K_{Г}$	0,930	0,952	0,972	0,986	0,994	0,998	0,999

Таблица 3

Показатели надежности СВУ при восстановлении СВУ
по варианту 2 при $T_{B,1}=720$ ч

n	2	8	15	20	22
$T_{O, ч}$	90	156	1009	21000	111000
$K_{ЭФ}$	0,914	0,930	0,957	0,961	0,961
$K_{Г}$	0,918	0,952	0,993	0,999	0,9999

Пример 3. Рассчитать показатели надежности КВС ВМ5100.09 СКИФ К-1000 в случае восстановления СВУ по варианту 2 при $T_{B,1}=168$ ч и следующих исходных данных ядра КВС:

- средняя наработка на отказ $T_{O,Я}=10800$ ч;
- коэффициент готовности $K_{Г,Я}=0,99995$.

Расчет показателей надежности КВС проводился по формулам (1)–(3) (табл. 4).

Таблица 4

Показатели надежности КВС ВМ5100.09 СКИФ К-1000

n	2	3	4	5	6	7	8
$T_{O, ч}$	105	157	268	531	1192	2815	5798
$K_{ЭФ}$	0,927	0,947	0,965	0,978	0,985	0,989	0,990
$K_{Г}$	0,930	0,952	0,972	0,986	0,994	0,998	0,999

Заключение

Полумарковская модель надежности СВУ позволяет получать формулы расчета показателей надежности не только при экспоненциальном законе распределения времени восстановления СВУ, как этого требует марковская модель, но и при других законах распределения времени восстановления СВУ.

В настоящей работе получены конечные формулы расчета показателей надежности СВУ при экспоненциальном распределении наработки до отказа ВУ и постоянном времени восстановления СВУ. Использовать эти формулы рекомендуется в том случае, если установлено, что время восстановления СВУ имеет малое значение дисперсии. Методику получения указанных формул можно использовать при выводе формул расчета показателей надежности СВУ при других законах распределения наработки до отказа ВУ и времени восстановления СВУ.

Список литературы

1. Tin Curns. Getting the most from your cluster: tips and hints // HPCwire. – Vol.14. – № 4. – January, 2005.
2. Хотек М. Методы достижения высокой отказоустойчивости // http://www.osp.ru/win2000/sql/312_4.htm, 2003.
3. Анищенко В.В., Кульбак Л.И., Фисенко В.К. Надежность и отказоустойчивость кластерных вычислительных систем // Автоматика и вычислительная техника. – 2004. – № 5. – С. 32–42.
4. Анищенко В.В., Кульбак Л.И., Фисенко В.К. Показатели и математическая модель надежности кластерного суперкомпьютера // Информатика. – 2004. – № 2. – С. 5–12.
5. Анищенко В.В., Кульбак Л.И., Фисенко В.К. Методология оценки надежности кластерных суперкомпьютеров // Тез. докл. Междунар. конф. «Суперкомпьютерные системы и их применение. SSA'2004». – Мн.: ОИПИ НАН Беларуси, 2004. – С. 244–249.

6. Журавлев Ю.Л., Котелюк Л.А., Циклинский Н.И. Надежность и контроль ЭВМ. – М.: Сов. радио, 1978. – 416 с.
7. Kemeny J.G., Shelle J.L. Finite Continuous Time Marcow Chains: пер. с англ. – М.: Наука, 1970.
8. Кульбак Л.И., Пшоник А.Г. Полумарковские модели надежности технических средств вычислительной техники // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Электронная вычислительная техника. – 1981. – Вып. 12. – С. 59–71.
9. ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.

Поступила 13.06.05

*Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: fisenko@newman.bas-net.by*

U.V. Anishchanka, L.I. Kulbak, T.S. Martsinovich

**HALF-MARKOV MODEL OF RELIABILITY
OF COMPUTING FIELD FOR THE CLUSTER SYSTEM**

The paper presents a mathematical model of reliability of the cluster computer system, where the states of computing field are described by the half-Markov model. Formulas that calculate the reliability indices of computing field with different recovery strategies are proposed. Examples of reliability indices calculation of computing field of the cluster computer system are adduced.