ИНФОРМАТИКА

2013 октябрь-декабрь № 4

УДК 681.32

Ю.Н. Сотсков, О.С. Затюпо

ЗАДАЧИ БАЛАНСИРОВКИ СБОРОЧНЫХ ЛИНИЙ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ ЧИСЛОВЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Рассматриваются задачи балансировки сборочных линий с неточными исходными данными (длительностями сборочных операций). Приводятся постановки задач балансировки сборочных линий с детерминированными, стохастическими и неопределенными параметрами. Описываются различные подходы к решению задач балансировки сборочных линий с неточными длительностями сборочных операций. Предлагается новая постановка задачи с неопределенными (интервальными) параметрами, когда для длительностей сборочных операций заданы только нижние и верхние границы (интервалы) их возможных значений. Обосновывается необходимость исследования задачи балансировки сборочных линий с интервальными параметрами.

Введение

Поточная сборочная линия (конвейер) предназначена для поточного производства изделий различной сложности и широко используется в крупносерийном и массовом производстве. Она позволяет обеспечивать ритмичную сборку сложных изделий при незначительных затратах на обучение рабочего персонала. Из-за больших затрат на проектирование, изготовление и установку поточной сборочной линии планирование ее конфигурации имеет принципиальное значение для обеспечения рентабельности и высокой производительности поточного производства. Основная цель балансировки поточной сборочной линии состоит в достижении экономической эффективности сборочного конвейера в результате обеспечения требуемой его производительности при минимальных затратах на эксплуатацию.

Каждое предприятие, принимающее решение об организации конвейерного производства, сталкивается с проблемой обеспечения эффективности поточной сборочной линии. Экономно спроектированная, рационально сконструированная и сбалансированная поточная сборочная линия позволяет предприятию использовать меньше работников в поточном сборочном производстве необходимого объема продукции, что непосредственно отражается на цене продукции.

Обычно сборочный конвейер состоит из m линейно упорядоченных рабочих станций $S_1, S_2, ..., S_m$, связанных между собой движущейся конвейерной лентой (или другим движущимся механизмом). На каждой рабочей станции конвейера выполняется одно и то же множество сборочных (неделимых) операций $V = \{1, 2, ..., n\}$ в течение определенного временного цикла c. Среди математических задач, возникающих при проектировании поточной сборочной линии и управлении поточным производством, большое значение для обеспечения рентабельности производства имеет задача балансировки поточной сборочной линии. В англоязычной литературе задача балансировки поточной сборочной линии обозначается ALBP (Assembly Line Balancing Problem). Задача ALBP состоит в том, чтобы оптимально распределить между рабочими станциями все заданные операции, необходимые для сборки изделия.

Впервые математически строгая постановка задачи ALBP была сформулирована Салвесоном (Salveson) в 1955 г. [1]. В работе [1] основное внимание уделено конфигурации поточной сборочной линии, т. е. назначению сборочных операций на рабочие станции. Из-за сложности практической задачи балансировки сборочной линии и для более глубокого изучения ее математическими методами исследователи рассматривали различные ограничения (условия), упрощающие практическую задачу балансировки поточной сборочной линии, которая возникает в реальном поточном производстве. Подытожил такие упрощения Баубарс (Baybars) в 1986 г. в своем обзоре [2], в котором задачу балансировки сборочной линии с девятью упрощающими реальную задачу условиями автор назвал простой задачей балансировки сборочной линии или кратко SALBP (от англ. Simple Assembly Line Balancing Problem).

Между задачей SALBP и балансировкой реально существующей поточной сборочной линии имеется множество различий. В литературе по исследованию операций предпринималось немало попыток приблизить классическую задачу SALBP к задаче балансировки реального поточного сборочного производства. Это делалось за счет ослаблений тех или иных ограничений SALBP, и поэтому рассматриваемые задачи, как правило, назывались по-английски General Assembly Line Balancing Problem (или кратко GALBP).

В статье [3] приведена классификация задач ALBP по следующим условиям:

– орграфы предшествования, заданные на множестве сборочных операций;

– особенности рабочих станций и конфигураций сборочных линий;

– целевые функции.

На сегодняшний день существует много постановок и модификаций задачи ALBP и подходов к ее решению, представленных во множестве статей и нескольких монографиях. Данная работа никак не претендует на полноту обзора публикаций, связанных с задачами балансировки сборочных линий, и касается в основном тех статей, в которых рассматриваются различные подходы к анализу реальных длительностей сборочных операций. В работе приведены условия, которые должны выполняться для задачи ALBP, описаны формулировки основных ее моделей, указаны недостатки использования детерминированных длительностей сборочных операций, описаны стохастические задачи ALBP. Предлагается исследовать новую постановку задачи ALBP, когда для длительностей операций заданы только верхние и нижние границы их возможных значений. Практически всегда такие границы можно определить с высокой степенью надежности.

1. Простые задачи балансировки поточной сборочной линии

Наиболее известными и хорошо изученными в литературе задачами балансировки поточной сборочной линии являются задачи SALBP. Как указано в статье [2], для всех моделей задачи ALBP выполняются следующие условия:

(A-1): все входные параметры задачи ALBP детерминированы;

(A-2): каждая сборочная операция является неделимой, т. е. ее выполнение нельзя разделить между двумя или большим числом рабочих станций;

(A-3): на последовательность выполнения сборочных операций налагаются ограничения предшествования, заданные орграфом $G=(V,A)$;

(A-4): все сборочные операции должны быть выполнены в течение временного цикла c, зафиксированного для всех рабочих станций поточной сборочной линии.

Задача ALBP заключается в распределении сборочных операций $V=\{1,2,...,n\}$ по рабочим станциям $S_1,S_2,...,S_m$ (иными словами, в определении баланса сборочной линии) таким образом, чтобы заданная целевая функция принимала оптимальное (минимальное или максимальное) значение и не нарушались заданные ограничения и условия. В дополнение к вышеперечисленным условиям (A-1) – (A-4) для классической задачи SALBP должны выполняться следующие условия:

(A-5): все рабочие станции $S_1,S_2,...,S_m$ оборудованы и укомплектованы так, чтобы каждая из них могла выполнять любую сборочную операцию из множества V;

(A-6): длительность сборочной операции не зависит ни от рабочей станции, на которую она назначена, ни от следующей за ней операции, ни от предшествующей ей операции;

(A-7): любая сборочная операция может быть назначена на любую рабочую станцию;

(A-8): рабочие станции расположены последовательно одна за другой без механизмов подачи заготовок и дублирования действующих рабочих станций;

(A-9): сборочная линия предназначена для производства одного типа изделий в течение всего срока ее эксплуатации (т. е. на протяжении жизненного цикла сборочной линии).

Задаче балансировки поточной сборочной линии с фиксированным временем цикла c Баубарс дал название SALBP-1 [2]. Для задачи SALBP-1 в дополнение к условиям (A-1) – (A-9) должно выполняться следующее условие:

(A-10): заранее задано и зафиксировано время цикла c (т. е. длина отрезка времени, в течение которого выполняются все операции над одним изделием на каждой рабочей станции).

Задачу SALBP-1 можно сформулировать следующим образом: требуется назначить сборочные операции множества V на рабочие станции из линейно упорядоченного множества (последовательности) рабочих станций $S_1, S_2, ..., S_m$ таким образом, чтобы минимизировать число рабочих станций m при заданном времени цикла c. На практике такая задача SALBP-1 решается на стадии проектирования сборочной линии.

Задаче балансировки поточной сборочной линии с заданным множеством рабочих станций m Баубарсом в обзоре [2] дано название SALBP-2. Вместо условия (A-10) для задачи SALBP-2 должно выполняться дополнительное условие:

(A-11): количество рабочих станций m заранее задано и зафиксировано.

В задаче SALBP-2 требуется назначить сборочные операции V на рабочие станции из упорядоченного множества $(S_1, S_2, ..., S_m)$ так, чтобы при фиксированном числе рабочих станций m время цикла c было минимальным. На практике задача SALBP-2 решается на стадии эксплуатации поточной сборочной линии при планировании ее работы.

В литературе рассматривается и третий более общий тип задачи SALBP [2], когда заранее неизвестно ни число рабочих станций m, ни время цикла c, а требуется максимизировать эффективность поточной сборочной линии (такая задача обозначается SALBP-E). Эффективность E сборочной линии определяется по формуле $E = t_{sum}/(m \cdot c)$, где $t_{sum} = \sum_{i=1}^{n} t_i$ – сумма длительностей $t_i, i \in V,$ всех заданных сборочных операций.

Исследовалось много вариантов постановки задачи ALBP, которые получались ослаблением одного или нескольких условий (A-1) – (A-9). Например, сборочная линия может использоваться для производства нескольких моделей одной продукции, разбитой на партии. Такие сборочные линии называются многомодельными (multi-models). Сборочная линия может использоваться для производства двух и более моделей одной продукции, когда разные модели могут быть перемешаны в процессе их сборки. Такие сборочные линии в литературе известны как смешанно-модельные (mixed-models) [4, 5]. Конфигурации сборочной линии также могут быть различными в зависимости от имеющейся площадки планировки поточной сборочной линии: прямолинейные, круговые, П-образные, Г-образные, U-образные и т. п. Например, в [6] рассматривается U-образная сборочная линия для смешанно-модельной задачи ALBP, а в [7] рассматривается задача ALBP для двухсторонней сборочной линии, когда рабочие станции расположены по обе стороны U-образной конвейерной ленты. Сборочная линия может иметь рабочие станции, дублирующие одна другую в случае поломки [8, 9]. Другие обобщения классической задачи балансирования сборочной линии можно найти в статьях [10, 11].

Независимо от того какая преследуется цель: минимизация времени цикла c или минимизация количества рабочих станций m, обобщенные задачи балансировки сборочной линии называют GALBP. Здесь буква G от английского слова General (т. е. общий).

Следует отметить, что задачи SALBP, SALBP-1, SALBP-2 и SALBP-E являются NP-трудными даже в частном случае, когда $m = 2$ и заданный орграф $G = (V, A)$ не содержит дуг, т. е. $A = \varnothing$. Доказательство NP-трудности такого случая задач SALBP, SALBP-1, SALBP-2 и SALBP-E следует из того, что к нему полиномиально сводится NP-трудная задача $P2 \| C_{\max}$ теории расписаний. Здесь и далее для обозначения задач теории расписаний используется трехпозиционная форма обозначений $\alpha | \beta | \gamma$, где α обозначает тип задачи, β – заданные ограничения и γ – критерий оптимальности расписания. Так, в задаче $P2 \| C_{\max}$ требуется построить оптимальное по быстродействию расписание обслуживания n требований на двух параллельных приборах. Доказательство NP-трудности простых задач балансирования сборочных линий можно найти в монографии [12].

2. Детерминированная задача балансировки поточной сборочной линии

Если для задачи ALBP выполняется условие (A-1) при возможном изменении условий (A-2) – (A-9), то такую задачу будем называть детерминированной задачей ALBP. Таким образом, для детерминированных задач ALBP длительности выполнения сборочных операций $t_i, i \in V,$ зафиксированы и не изменяются в течение жизненного цикла сборочной линии.

В детерминированной задаче ALBP заданы конечное множество сборочных операций $V = \{1, 2, ..., n\}$, каждая из которых имеет фиксированное время выполнения, и орграф $G = (V, A)$, который определяет частичный порядок на множестве V сборочных операций. Требуется назначить операции множества V на рабочие станции из упорядоченного множества $S_1, S_2, ..., S_m$ так, чтобы не нарушались отношения предшествования, заданные орграфом $G = (V, A)$, и целевая функция принимала оптимальное значение.

Детерминированные задачи ALBP хорошо изучены, для них разработано множество точных и приближенных алгоритмов решения. В статье [2] приведены точные алгоритмы решения задач SALBP. В статье [13] авторы делят методы решения задачи ALBP на две основные группы. К первой группе относятся точные алгоритмы, гарантирующие получение оптимального решения задачи ALBP. Ко второй группе относятся эвристические алгоритмы, которые приводят к какому-либо допустимому решению задачи ALBP, необязательно оптимальному.

В статье [13] приведены обзор эвристических процедур решения одномодельной детерминированной задачи ALBP, результаты сравнительных исследований по оценке эффективности алгоритмов, а также обзор точных и эвристических процедур решения многомодельной детерминированной задачи ALBP. В статье [14] сравниваются наиболее эффективные процедуры, предложенные для решения задачи SALBP-1.

Детерминированные задачи ALBP являются наиболее удобными для исследований, но для реально существующих поточных сборочных линий не всегда удается точно определить длительности выполнения сборочных операций. Реальные длительности операций могут изменяться из-за разной квалификации операторов, их мотивации и усталости, из-за изменения состава выпускаемой продукции и характеристик конкретного рабочего места и по многим иным причинам. Учитывая возможность изменения длительностей выполнения сборочных операций, в литературе рассматриваются и другие постановки задачи ALBP, а именно стохастические задачи ALBP [15–20] и задачи ALBP с нечеткими данными [21–24], т. е. задачи, в которых длительности операций задаются нечеткими (размытыми) множествами.

3. Стохастическая задача балансировки поточной сборочной линии

В стохастической задаче ALBP, где длительности сборочных операций являются случайными величинами с известными функциями распределения их вероятностей, обычно используется нормальный закон распределения случайной величины с известным математическим ожиданием и известной дисперсией. В стохастической задаче ALBP задано конечное множество сборочных операций $V = \{1, 2, ..., n\}$, длительность выполнения каждой операции представляется случайной величиной, для которой задан некоторый закон распределения вероятностей и орграф $G = (V, A)$, который определяет частичный порядок на множестве V сборочных операций. В [15–20] рассматривались обобщения стохастической задачи SALBP в результате релаксации ограничения (A-1). Вместо детерминированного критерия использовался соответствующий стохастический критерий, а именно: в задаче SALBP-1 минимизировалось математическое ожидание Em числа рабочих станций m при заданном времени цикла c, а в задаче SALBP-2 – математическое ожидание Ec времени цикла c при заданном числе рабочих станций m.

В работе [3] алгоритмы решения стохастических задач балансировки сборочной линии разделены на следующие три класса:

– модификации алгоритмов, разработанных для детерминированных задач ALBP [15, 25];

– алгоритмы, предназначенные для исследования специфики стохастической задачи ALBP на основе моделирования с последующим сравнением результатов для стохастической задачи и детерминированной задачи ALBP [16];

– алгоритмы, разработанные специально для стохастической задачи ALBP [17–19].

Стохастические задачи SALBP оказались существенно сложнее детерминированных задач SALBP. Тем не менее и стохастические задачи SALBP не в полной мере соответствуют многим реальным конвейерным производствам. Во-первых, как правило, не удается получить достаточно информации для определения достоверного распределения вероятностей случайной длительности x_i каждой операции $i \in V$. Во-вторых, даже если распределения вероятностей всех случайных длительностей заданы, эти распределения будут действительно полезными лишь в случае большого числа реализаций построенного баланса сборочной линии, функционирующей в неизменяющихся условиях. В конкретной же реализации сборочного процесса заданные распределения вероятностей могут оказаться, по сути, бесполезными. Так, при неудачной реализации длительностей операций построенный баланс может оказаться не только хуже оптимального баланса, но даже недопустимым для конкретной сборочной линии в конкретных условиях.

На практике постоянно возникает вопрос, можно ли определить закон распределения вероятностей случайных длительностей операций. Ведь такой закон можно определить только на основе надежной статистики, т. е. необходимо провести достаточное количество натурных испытаний (или компьютерных экспериментов), которые сами по себе могут оказаться дорогими и потребуют немало времени. Затем необходимо провести анализ полученной статистики и только после этого можно сделать более или менее правдоподобный вывод о подходящем законе распределения вероятностей случайных длительностей сборочных операций. При этом данный закон будет отражать будущее фактическое (часто уникальное) распределение вероятностей случайных длительностей операций лишь с некоторым (как правило, грубым) приближением. Точно же определить закон распределения вероятностей случайных длительностей операций практически (да и теоретически) невозможно. Как можно получить надежную статистику, если достаточно большое количество натурных (компьютерных) испытаний провести невозможно из-за недостатка времени (ограниченного в условиях современной жесткой конкуренции) или из-за ограниченности ресурсов предприятия? Отметим, что даже надежная статистика может не иметь большого значения для конкретной реализации сборочного процесса (да и для нескольких реализаций сборочного процесса, если условия существенно отличаются от условий получения статистики и, соответственно, закон распределения вероятностей случайных длительностей сборочных операций на практике нарушается).

4. Задачи балансировки поточной сборочной линии с нечеткими данными

Данные для многих задач реального мира неточны, неопределенны и (или) сомнительны, поэтому для входных данных задачи ALBP могут быть заданы только некоторые пределы возможных значений. Неопределенность может быть представлена нечеткими числами, чтобы уменьшить возможные ошибки, связанные с неточностью задания входных данных. В частности, длительности выполнения сборочных операций в задачах ALBP могут быть представлены как нечеткие множества. В такой нечеткой задаче ALBP задано конечное множество сборочных операций $V = \{1, 2, ..., n\}$; длительности выполнения сборочных операций представляются нечеткими множествами; задан орграф $G = (V, A)$, который определяет частичный порядок на множестве V сборочных операций [21–25].

В статьях [21, 22] рассматривалась задача ALBP с нечеткими длительностями сборочных операций, для решения которой использовался генетический алгоритм минимизации времени цикла. В статье [22] приводится решение числового примера задачи ALBP с нечеткими длительностями сборочных операций. В статье [23] рассматривается смешанно-модельная сборочная линия, предназначенная для сборки нескольких моделей одного изделия. Определяется последовательность сборки различных моделей изделия, которая минимизирует число остановок конвейера, необходимых для перехода от сборки одной модели изделия к сборке другой модели того же изделия. Рассматриваются три целевые функции, которые конфликтуют одна с другой. Для решения такой задачи ALBP предлагается подход, основанный на математическом программировании с нечеткой целевой функцией.

5. Задача балансировки поточной сборочной линии с интервальными параметрами

Из анализа публикаций о балансировке поточных сборочных линий следует необходимость изучения задачи ALBP в новой постановке, которая бы учитывала неопределенность числовых параметров реального поточного производства. Авторы считают, что в качестве такой постановки можно исследовать неопределенную задачу ALBP, в которой точные значения $t_i, i \in V$, априори неизвестны, а заданы замкнутые интервалы (отрезки) $[a_i, b_i]$ возможных значений длительностей операций $i \in V$. Иными словами, следует полагать, что при реализации построенного баланса сборочной линии длительность операции $t_i, i \in V$, может принимать любое действительное значение между заданной нижней границей $a_i \geq 0$ и заданной верхней границей $b_i \geq a_i$, включая сами границы a_i, b_i. Очевидно, детерминированная задача ALBP является частным случаем неопределенной задачи ALBP, когда заданные нижняя и верхняя границы каждой длительности сборочной операции $i \in V$ равны между собой, т. е. $a_i = b_i, i \in V$.

Новую постановку задачи ALBP можно рассматривать и как стохастическую задачу ALBP в условиях полной неопределенности внутри отрезка $[a_i, b_i], i \in V$, возможных значений длительностей операций. Поскольку нет достаточной информации о распределении вероятностей случайной длительности x_i операции $i \in V$ внутри отрезка $[a_i, b_i]$, а известно только, что длительность операции не меньше нижней границы a_i и не больше верхней границы b_i с вероятностью, равной единице, то функция $F_i(t)$ распределения вероятностей случайной длительности $x_i, i \in V$, является кумулятивной: $F_i(t) = P(x_i < t) = 0$, если $t < a_i$, и $F_i(t) = P(x_i < t) = 1$, если $t \geq b_i$.

В настоящее время изучен лишь частный случай такой неопределенной (интервальной) задачи ALBP, когда нижняя граница допустимого отрезка возможных длительностей сборочных операций равна нулю $(a_i = 0)$, а верхняя граница допустимого интервала не ограничена ($b_i = \infty$), т. е. когда фактические длительности сборочных операций $t_i, i \in V$, могут изменяться в интервале $[0, \infty)$.

В работе [27] рассматривается задача SALBP-1. Предполагается, что множество V включает операции следующих типов.

1. Подмножество $\tilde{V}$ множества V содержит все операции, для которых невозможно заранее определить точные значения длительностей их выполнения. К таким операциям относятся ручные операции, т. е. операции, выполняемые вручную без автоматизации.

2. Длительность выполнения каждой из остальных операций $V \setminus \tilde{V}$ заранее определена и не изменяется в течение жизненного цикла конвейера.

Технология поточного сборочного производства определяет отношение строгого порядка на множестве операций V. Орграф $G = (V, A)$ с множеством вершин V и множеством дуг A определяет это отношение на множестве сборочных операций $V = \{1, 2, ..., n\}$.

Не умаляя общности, будем предполагать, что $\tilde{V} = \{1, ..., \tilde{n}\}$, $V \setminus \tilde{V} = \{\tilde{n}+1, \tilde{n}+2, ..., n\}$. Для векторов возможных длительностей операций будем использовать обозначения $\tilde{t} = (t_1, t_2, ..., t_{\tilde{n}}), t = (\tilde{t}, \bar{t}) = (t_1, t_2, ..., t_n)$. Для каждой сборочной операции $i \in V$ выполняется неравенство $t_i \geq 0$. Назначение $V = V_1^b \cup V_2^b \cup ... \cup V_m^b$ множества сборочных операций V на m рабочих станций (т. е. разбиение множества V на непересекающиеся непустые подмножества) называется балансом b сборочной линии. Баланс b_1 называется оптимальным для задачи SALBP-1, если для него выполняются следующие условия.

Условие 1. Из включения $(i, j) \in A$ следует, что операция i может быть назначена на станцию S_k, а операция j – на станцию S_l так, чтобы выполнялись неравенства $1 \leq k \leq l \leq m$.

Условие 2. Время цикла c не нарушается ни для одной из станций $S_1, S_2, ..., S_m$, т. е. сумма $t(V_k^{b_r})$ длительностей всех операций, назначенных на станцию S_k в балансе b_1, не превышает заданного времени цикла c.

Условие 3. Баланс b_1 использует минимальное количество рабочих станций m.

Для анализа устойчивости оптимального баланса b_1 (постоптимального анализа) используется понятие радиуса устойчивости $\rho_{b_1}(t)$. Если радиус устойчивости оптимального баланса b_1 является строго положительным, то любые независимые изменения длительностей ручных операций $t_i, i \in \tilde{V}$, в пределах шара с радиусом $\rho_{b_1}(t)$ в $\tilde{n}$-мерном действительном пространстве с чебышевской метрикой заведомо сохраняют оптимальность баланса b_1. Если же радиус устойчивости $\rho_{b_1}(t)$ баланса b_1 равен нулю, то найдутся сколь угодно малые изменения длительностей всех или части ручных операций, которые могут лишить оптимальности баланс b_1. В исследованиях, проведенных в статье [26], и в последующих работах [27] использовалось следующее определение радиуса устойчивости оптимального баланса b сборочной линии.

Определение 1. Замкнутый шар $O_\rho(\tilde{t})$ в пространстве $R^{\tilde{n}}$ с радиусом $\rho \in R^1_+$ и центром в точке $\tilde{t} \in R^{\tilde{n}}_+$ называется шаром устойчивости баланса b, оптимального при векторе t, если для каждого вектора $t' = (\tilde{t}', \bar{t})$ длительностей операций, для которого $\tilde{t}' \in O_\rho(\tilde{t}) \cap R^{\tilde{n}}_+$, баланс b остается оптимальным. Максимальная величина $\rho_b(t)$ радиуса ρ шара устойчивости $O_\rho(\tilde{t})$ называется радиусом устойчивости баланса b.

В работах [26, 27] приведен следующий критерий устойчивости, а также формула для вычисления радиуса устойчивости оптимального баланса b_1 для задачи SALBP-1.

Теорема 1 *[26, 27]. Оптимальный баланс* b_1 *является неустойчивым для задачи SALBP-1 тогда и только тогда, когда существует подмножество операций* $V_k^{b_1}, k \in \{1, 2, ..., m_{b_1}\}$, *для которого* $\tilde{V}_k^{b_1} \neq \emptyset$ *и* $t(V_k^{b_1}) = c$.

Теорема 2 *[26, 27]. Если* b_1 *– оптимальный баланс и* $\rho_{b_1}(t) \neq 0$, *то* $\rho_{b_1}(t) = \min\{\delta^{b_1}, \Delta^{b_1}\}$, *где* δ^{b_1} *и* Δ^{b_1} *определяются по следующим формулам:*

$$\delta^{b_1} = \min\{\delta_k^{b_1} : V_k^{b_1} \neq \emptyset, k \in \{1, 2, ..., m_{b_1}\}\}\ , \tag{1}$$

где $\delta_k^{b_1} = \dfrac{c - t(\tilde{V}_k^{b_1})}{|\tilde{V}_k^{b_1}|}$;

$$\Delta^{b_1} = \min\{\Delta(b^{(d)}) : b^{(d)} \in B^{(m_{b_1}-1)}\}, \tag{2}$$

где $\Delta(b_1^{(d)}) = \max\{\Delta(V_t^{b_1^{(d)}}) : t(V_t^{b_1^{(d)}}) > c\}$,

$$\Delta(V_t^{b_1^{(d)}}) = \max\left\{ \frac{\sum_{i \in V_t^{b_1^{(d)}}} t_i - c - \sum_{\alpha=0}^{\beta} t_{i_\alpha}}{\left|\tilde{V}_t^{b_1^{(d)}}\right| - \beta} : \beta = 0, 1, ..., \left|V_t^{b_1^{(d)}}\right| \right\}.$$

Алгоритм построения множества оптимальных балансов разработан в статье [28]. Там же представлены результаты проведенного вычислительного эксперимента, в котором для тестовых задач (benchmark) вычисляются мощности множеств балансов, оптимальных балансов и неустойчивых оптимальных балансов, существующих для задачи SALBP-1.

В статье [29] рассматривается задача SALBP-2. Как и для задачи SALBP-1, для задачи SALBP-2 предполагается, что множество V включает операции двух типов, и вводится понятие баланса сборочной линии. Баланс b_2 называется оптимальным для задачи SALBP-2, если для него выполняются условие 1 и следующие два условия.

Условие 4. Баланс b_2 использует точно m рабочих станций.

Условие 5. Баланс b_2 имеет минимальное время цикла c.

В [29] доказан следующий критерий устойчивости оптимального баланса сборочной линии для задачи SALBP-2.

Теорема 3 *[29]. Оптимальный баланс* b_2 *является неустойчивым для задачи SALBP-2 тогда и только тогда, когда существует оптимальный баланс* b_r, *для которого условие* $W(b_2) \subseteq W(b_r)$ *не выполняется.*

Здесь $W(b_2)$ представляет собой множество всех подмножеств сборочных операций $\tilde{V}_k^{b_2}$, $k \in \{1, 2, ..., m\}$, для которых выполняется равенство $t(V_k^{b_2}) = c$.

В [30] доказана формула для вычисления точного значения радиуса устойчивости.

Теорема 4 *[30]. Если* b_2 *– оптимальный баланс для задачи SALBP-2 и* $\rho_{b_2}(t) \neq 0$, *то* $\rho_{b_2}(t) = \min\{\delta(b_2, t), \Delta(b_2, t)\}$, *где* $\delta(b_2,t)$ *и* $\Delta(b_2,t)$ *определяются по следующим формулам:*

$$\delta(b_2,t) = \min_{b_r \in B \setminus B(t)} \min_{\left|\tilde{V}_u^{b_2} \oplus \tilde{V}_k^{b_r}\right| \geq 1\, t(V_k^{b_r}) > c(b_2,t)} \max \delta_{b_2,u}^{b_r,k}, \tag{3}$$

где $\delta_{b_2,u}^{b_r,k} = \max\limits_{\beta=0,...,\left|\tilde{V}_u^{b_2} \oplus \tilde{V}_k^{b_r}\right|-\beta} \dfrac{t(V_k^{b_r}) - t(V_u^{b_2}) - \sum_{\alpha=0}^{\beta} t_{(\alpha)}^{uk}}{\left|\tilde{V}_u^{b_2} \oplus \tilde{V}_k^{b_r}\right| - \beta}$;

$$\Delta(b_2,t) = \min_{b_r \in B(t) \setminus \{b_2\}} \min_{\left|\tilde{V}_u^{b_2} \oplus \tilde{V}_k^{b_s}\right| \geq 1\, t(V_u^{b_2}) < c(b_s,t) = t(V_k^{b_s})} \max \Delta_{b_2,u}^{bs,k}, \tag{4}$$

где $\Delta_{b_2,u}^{b_s,k} = \max\limits_{\beta=0,...,\left|\tilde{V}_u^{b_2} \oplus \tilde{V}_k^{b_r}\right|-\beta} \dfrac{c(b_s,t) - t(V_u^{b_2}) - \sum_{\alpha=0}^{\beta} t_{(\alpha)}^{uk}}{\left|\tilde{V}_u^{b_2} \oplus \tilde{V}_k^{b_s}\right| - \beta}$, $t_{(0)}^{uk} = 0, t_{(1)}^{uk}, ..., t_{(w_k)}^{uk}$, *– неубывающая последовательность длительностей выполнения операций из множества* $\tilde{V}_k^{b_r} \setminus \tilde{V}_u^{b_2}$, $w_{uk} = \left|\tilde{V}_k^{b_r} \setminus \tilde{V}_u^{b_2}\right|$.

В худшем случае для нахождения радиуса устойчивости необходимо построить все множество допустимых балансов. Алгоритм построения множества всех балансов приведен в статье [31], в которой представлены результаты проведенного вычислительного эксперимента. Для известных тестовых задач, взятых из литературы, вычислялись мощности множеств всех допустимых балансов, оптимальных балансов и неустойчивых оптимальных балансов для задачи SALBP-2. В монографии [27] изучалась общая задача теории расписаний с критерием минимизации общего времени обслуживания требований $C_{\max}$ при условии, что длительности операций не определены на момент построения расписания и вся доступная информация о длительности операции заключается в нижней и верхней границах ее возможных значений.

В статье [32] похожий подход применялся к постоптимальному анализу решений задачи GALBP, в которой на одной рабочей станции может находиться несколько рабочих мест. Задача заключается в следующем: необходимо назначить все сборочные операции на рабочие станции и рабочие места таким образом, чтобы минимизировать число рабочих станций и рабочих мест. Авторы статьи [32] установили критерий устойчивости для допустимого и оптимального решений относительно возможных изменений длительностей выполнения некоторых сборочных операций. Множество сборочных операций V так же, как и в работах [26, 28–31], включает в себя два подмножества сборочных операций, длительности которых фиксированы и не изменяются, и сборочные операции, длительности которых могут изменяться. Авторы статьи [32] разработали эвристическую процедуру для оценки радиуса устойчивости оптимального баланса, а также провели вычислительный эксперимент на тестовых задачах GALBP. Авторы отмечают, что устойчивость оптимальных решений была исследована для различных задач комбинаторной оптимизации, где вместе с радиусом устойчивости исследовались и другие критерии устойчивости, например интервал устойчивости (если рассматриваемый параметр принадлежит интервалу устойчивости, то решение сохраняет свою оптимальность).

В статьях [33, 34] авторы изучали устойчивость оптимального решения для задач о рюкзаке, учитывая изменения прибыли и веса, и предложили алгоритм для вычисления интервала устойчивости этих параметров. Для нахождения оптимального решения был применен алгоритм ветвей и границ. Различные подходы к исследованию устойчивости задачи о бродячем торговце были предложены в статье [35]. Рассмотрена задача нахождения k наилучших решений с учетом условия, что оптимальное решение задачи известно. Для этой задачи был предложен полиномиальный алгоритм при $k = 2$ и доказано, что при $k > 2$ задача является NP-трудной. В статье [36] авторы рассматривали задачу о кратчайшем пути в орграфе с m дугами.

В работах [37–43] исследовался радиус устойчивости оптимального решения различных задач теории расписаний. Разработанные алгоритмы могут быть использованы для решения большого числа неопределенных (интервальных) задач теории расписаний, а именно задач типа job-shop и open-shop. Авторами указанных статей представлены необходимые и достаточные условия для существования строго положительного радиуса устойчивости, а также формулы для вычисления радиуса устойчивости.

Заключение

В работе рассмотрены различные постановки задачи ALBP балансирования сборочной линии (конвейера), проанализированы недостатки детерминированной и стохастической постановки такой задачи для их применения на практике. Детерминированная задача ALBP, как правило, далека от реальных задач балансирования сборочных линий, поскольку длительность сборочной операции может зависеть от многих факторов и не может быть постоянной на протяжении всего жизненного цикла сборочной линии.

В стохастическом случае ALBP не всегда можно определить закон, по которому распределена случайная длительность сборочной операции. В случае нечетких длительностей сборочных операций трудно определить функцию принадлежности длительности сборочной операции тому или иному нечеткому множеству. Алгоритмы, основанные на нечеткой логике, имеют большую трудоемкость даже при средних размерностях задач ALBP и, следовательно, могут быть применены лишь к задачам ALBP небольшой размерности.

В данной работе предлагается исследовать неопределенную (интервальную) задачу ALBP, когда для каждой длительности t_i сборочной операции $i \in V$ априори заданы лишь верхняя и нижняя границы: $t_i \in [a_i, b_i], i \in V$. Такие границы можно определять с высокой степенью надежности. В частности, для наименее определенных длительностей операций $j \in V$ можно полагать $a_j = 0$ и (или) $b_j = c$, где c – время цикла сборочной линии. Этот случай задачи ALBP недостаточно исследован (в монографии [26] и статьях [29–31] для задач SALBP-1 и SALBP-2 был проведен анализ устойчивости оптимального баланса сборочной линии).

В дальнейшем планируется провести исследование неопределенных задач SALBP-1, SALBP-2 и SALBP-E, когда для длительностей сборочных операций $t_i, i \in V$, заданы нижние границы $a_i \geq 0$ и верхние границы $b_i \geq a_i$ и $b_i < \infty$. При такой постановке задач нет необходимости разбивать множество сборочных операций на подмножества ручных и автоматических операций, так как при $a_i = b_i$ сборочная операция может рассматриваться как автоматическая, а при $b_i > a_i$ – как ручная. Для решения неопределенных задач балансирования сборочных линий предлагается применять метод, основанный на устойчивости оптимального баланса к вариациям длительностей сборочных операций [26, 40]. Такой метод (в англоязычной литературе [40, 44–52] его называют stability method) оказался весьма эффективным при решении ряда неопределенных (интервальных) задач теории расписаний, в частности при решении задачи $F2 \| C_{\max}$ оптимального по быстродействию обслуживания требований в системе поточного типа с двумя обслуживающими приборами [26, 40, 44, 46, 48, 50, 51], при решении задачи $1 \| \sum C_i$ минимизации суммарного времени обслуживания требований одним прибором [40, 47, 49, 51], при решении задач $J \| C_{\max}$ и $J \| \sum C_i$ оптимального обслуживания требований в системе с различными фиксированными маршрутами обслуживания требований (т. е. в системе типа job-shop) [26, 37–43, 51] и при решении так называемой общей задачи $G \| C_{\max}$ теории расписаний, в которой на множестве операций задан частичный строгий порядок их выполнения [26, 38–40, 51].

Список литературы

1. Salveson, M.E. The assembly line balancing problem / M.E. Salveson // The J. of Industrial Engineering. – 1955. – Vol. 6, № 3. – P. 18–25.

2. Baybars, I. A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem / I. Baybars // Management Science. – 1986. – Vol. 32. – P. 909–932.

3. Boysen, N. A classification of assembly line balancing problems / N. Boysen, M. Fliener, A. Scholl // European J. of Operational Research. – 2007. – Vol. 183. – P. 674–693.

4. Thomopoulos, N.T. Line balancing – sequencing for mixed model assembly / N.T. Thomopoulos // Management Science. – 1967. – Vol. 14. – P. 59–75.

5. Dar-El, E.M. Mixed-model assembly line sequencing problems / E.M. Dar-El // Omega. – 1978. – Vol. 6. – P. 317–323.

6. Sparling, D. The mixed-model U-line balancing problem / D. Sparling, J. Miltenburg // International J. of Operational Research. – 1998. – Vol. 36. – P. 485–501.

7. Ege, Y. Assembly line balancing with station paralleling / Y. Ege, M. Azizoglu, N. Ozdemirel // Computers & Industrial Engineering. – 2009. – Vol. 57. – P. 1218–1225.

8. Tonge, F.M. A Heuristic program for assembly line balancing / F.M. Tonge. – Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1961. – 362 p.

9. Pinto, P.A. A branch and bound algorithm for assembly line balancing with paralleling / P.A. Pinto, D.G. Dannenbring, B.M. Khumawala // International J. of Production Res. – 1975. – Vol. 13. – P. 183–196.

10. Mansoor, E.M. Assembly line balancing – an improvement on the ranked positional weight technique / E.M. Mansoor // J. Industrial Engineering. – 1964. – Vol. 15. – P. 73–78.

11. Freeman, D.R. A general line balancing model / D.R. Freeman // Proc. 19th Annual Conf. AIIE. – Tampa, FLA, 1968. – P. 230–235.

12. Scholl, A. Balancing and sequencing of assembly line / A. Scholl; Second ed. – Heidelberg : Physical-Verlag, 1999. – 532 p.

13. Erel, E. A survey of the assembly line balancing procedures / E. Erel, S.C. Sarin // Production Planning and Control. – 1998. – Vol. 9. – P. 414–434.

14. Scholl, A. Balancing assembly lines effectively – A computational comparison / A. Scholl, R. Klein // European J. of Operational Research. – 1999. – Vol. 144. – P. 50–58.

15. Kottas, J.F. A cost oriented approach to stochastic line balancing / J.F. Kottas, H.S. Lau // AIIE Transactions. – 1973. – Vol. 5. – P. 164–171.

16. Reeve, N.R. Balancing stochastic assembly lines / N.R. Reeve, W.H. Thomas // AIIE Transactions. – 1973. – Vol. 5. – P. 223–229.

17. Kottas, J.F. A cost oriented approach to stochastic line balancing / J.F. Kottas, H.S. Lau // AIIE Transactions. – 1973. – Vol. 5. – P. 164–171.

18. Silverman, F.N. A cost- based methodology for stochastic line balancing with intermittent line stoppages / F.N. Silverman, J.C. Carter // Management Science. – 1986. – Vol. 32. – P. 455–463.

19. Shin, D. An efficient heuristic for solving stochastic assembly line balancing problem / D. Shin // Computers and Industrial Engineering. – 1990. – Vol. 18. – P. 285–295.

20. Shin, D. Uniform assembly line balancing with stochastic task limes in just-in-time manufacturing / D. Shin, H. Min // International J. of Operations and Production Management. – 1991. – Vol. 11, №. 8. – P. 23–34.

21. Gen, M. Solving fuzzy assembly-line balancing problem with genetic algorithms / M. Gen, Y. Tsujimura, E. Kubot // Computers inc. Engineering. – 1995. – Vol. 29. – P. 543–547.

22. Gen, M. Fuzzy assembly line balancing using genetic algorithms / M. Gen, Y. Tsujimura, Y. Li // Computers inc. Engineering. – 1996. – Vol. 31. – P. 631–634.

23. Rabbani, M. Considering the conveyer stoppages in sequencing mixed-model assembly lines by a new fuzzy programming approach / M. Rabbani, F. Radmehr, N. Manavizadeh // International J. of Advance Manufacture Technology. – 2010. – Vol. 10. – P. 170-180.

24. Ozcan, U. Multiple-criteria decision-making in two-sided assembly line balancing: A goal programming and a fuzzy goal programming models / U. Ozcan, B. Toklu // Computers & Operations Research. – 2009. – Vol. 36. – P. 1955 – 1965.

25. Mastor, A.A. An experimental investigation and comparative evaluation of production line balancing techniques / A.A. Mastor // Management Science. – 1970. – Vol. 16. – P. 728-746.

26. Sotskov, Yu. Stability analysis of optimal balance for assembly line with fixed cycle time / Yu. Sotskov, A. Dolgui, M.-C. Portmann // European J. of Operational Research. – 2006. – Vol. 168. – P. 783–797.

27. Сотсков, Ю.Н. Теория расписаний. Системы с неопределенными числовыми параметрами / Ю.Н. Сотсков, Н.Ю. Сотскова. – Минск : ОИПИ НАН Беларуси, 2004. – 290 с.

28. Zatsiupa, A. Enumeration of the stable optimal line balances for a simple assembly line balancing problem with fixed cycle time / A. Zatsiupa, Yu.N. Sotskov, A. Dolgui // 22-nd Intern. Conf. on Production Research. – Brazil, Iquassu, 2013. – P. 1–6.

29. Stability of optimal line balance with given station set / Yu.N. Sotskov [et al.] // A chapter in the book «Supply Chain Optimization», Applied Optimization. – Vol. 94. – USA, N.Y. : Springer, 2005. – P. 135–149.

30. Sotskov, Yu. Calculation of the stability radius of an optimal line balance / Yu. Sotskov, F. Werner, A. Zatsiupa // 14th IFAC symposium on information control problems in manufacturing. – Bucharest, Romania, 2012. – P. 192–197.

31. Sotskov, Yu. Stable optimal line balances with a fixed set of the working stations / Yu. Sotskov, A. Zatsiupa, A. Dolgui // IFAC conference MIM 2013. – St. Petersburg, Russia, 2013.

32. Gurevsky, E. Stability measure for a generalized assembly line balancing problem / E. Gurevsky, O. Battaïa, A. Dolgui // Discrete Applied Mathematics. – 2013. – Vol. 161. – P. 377–394.

33. Hifi, M. Sensitivity of the optimum to perturbations of the profit or weight of an item in the binary knapsack problem / M. Hifi, H. Mhalla, S. Sadfi // J. of Combinatorial Optimization. – 2005. – Vol. 10, № 3. – P. 239–260.

34. Hifi, M. An adaptive algorithm for the knapsack problem: perturbation of the profit or weight of an arbitrary item / M. Hifi, H. Mhalla, S. Sadfi // European J. of Industrial Engineering. – 2008. – Vol. 2, №. 2. – P. 134–152.

35. Stability aspects of the traveling salesmen problem based on k-best solutions / M. Libura [et al.] // Discrete Applied Mathematics. – 1998. – Vol. 87, № 1–3. – P. 159–185.

36. Ramaswamy, R. Sensitivity analysis for shortest path problems and maximum capacity path problems in undirected graphs / R. Ramaswamy, J. Orlin, N. Chakravarti // Mathematical Programming. – 2005. – Vol. 102, № 2. – P. 355–369.

37. Bräsel, H. Stability of a schedule minimizing mean flow time / H. Bräsel, Yu. Sotskov, F. Werner // Mathematical and Computer Modelling. – 1996. – Vol. 24, № 10. – P. 39–53.

38. Kravchenko, S. Optimal schedules with infinitely large stability radius / S. Kravchenko, Yu. Sotskov, F. Werner // Optimization. – 1995. – Vol. 33, № 3. – P. 271–280.

39. Sotskov, Yu. Stability of an optimal schedule / Yu. Sotskov // European J. of Operational Research. – 1991. – Vol. 55, № 1. – P. 91–102.

40. Scheduling under uncertainty: Theory and Algorithms / Yu. Sotskov [et al.]. – Minsk : Belorusskaya Nauka, 2010. – 326 p.

41. Sotskov, Yu. Stability of an optimal schedule in a job shop / Yu. Sotskov, N. Sotskova, F. Werner // Omega. – 1997. – Vol. 25, № 4. – P. 397-414.

42. Sotskov, Yu. Stability radius of an optimal schedule: a survey and recent developments / Yu. Sotskov, V. Tanaev, F. Werner // Industrial Applications of Combinatorial Optimization. – 1998. – Vol. 16. – P. 72–108.

43. Sotskov, Yu. On the calculation of the stability radius of an optimal or an approximate schedule / Yu. Sotskov, A. Wagelmans, F. Werner // Annals of Operations Research. – 1998. – Vol. 83. – P. 213–252.

44. Schedule execution for two-machine flow-shop with interval processing times / N.M. Matsveichuk [et al.] // Mathematical and Computer Modelling. – 2009. – Vol. 49. – P. 991–1011.

45. Sotskov, Yu.N. Minimizing total weighted flow time of a set of jobs with interval processing times / Yu.N. Sotskov, N.G. Egorova, T.-C. Lai // Mathematical and Computer Modelling. – 2009. – Vol. 50. – P 556–573.

46. Two-machine flow-shop minimum-length scheduling with interval processing times / C.T. Ng [et al.] // Asia-Pacific Journal of Operational Research. – 2009. – Vol. 26, № 6. – P. 715–734.

47. Sotskov, Yu.N. Minimizing total weighted completion time with uncertain data: A stability approach / Yu.N. Sotskov, N.G. Egorova, F. Werner // Automation and Remote Control. – 2010. – Vol. 71, № 10. – P. 2038–2057.

49. Sotskov, Yu.N. Minimizing total weighted flow under uncertainty using dominance and a stability box / Yu.N. Sotskov, T.-C. Lai // Computers & Operations Research. – 2012. – Vol. 39. – P. 1271–1289.

50. Matsveichuk, N.M. The dominance digraph as a solution to the two-machine flow-shop problem with interval processing times / N.M. Matsveichuk, Yu.N. Sotskov, F. Werner // Optimization. – 2011. – Vol. 60, № 12. – P. 1493–1517.

51. Sotskov, Yu.N. Measures of problem uncertainty for scheduling with interval processing times / Yu.N. Sotskov, T.-C. Lai, F. Werner // OR Spectrum. – 2013. – Vol. 35. – P. 659–689.

52. Sotskov, Yu.N. Measure of uncertainty for Bellman-Johnson problem with interval data / Yu.N. Sotskov, N.M. Matsveichuk // Cybernetics and System Analysis – 2012. – Vol. 48, № 5. – P. 641–652.

Поступила 19.08.2013

Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: sotskov@newman.bas-net.by
ztp.oksana100@yandex.ru

Yu.N. Sotskov, A.S. Zatsiupa

ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEMS WITH UNCERTAIN NUMERICAL PARAMETERS

Assembly line balancing problems with imprecise input data (durations of assembly operations, number of workstations) are considered. Problem settings with deterministic, stochastic, and uncertain parameters are discussed. Different approaches to the assembly line balancing problems with imprecise durations of assembly operations are analyzed. A new problem setting is proposed in which durations of assembly operations are given by lower and upper bounds of their possible values.